## Sommaire Chantiers avril 2025

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 3 avril 2025


**les Chantiers de pédagogie mathématique — n°204 avril 2025**

**Édito**
Une fin d'année scolaire passionnante et pleine de défis créatifs, collectifs et motivants, ainsi que des débats qui réclament réflexions et engagements.
Lire l'article

**Hommage à Colette Pelé**
Infatigable militante de l'enseignement des maths, ne ménageant pas ses forces après mai 68 dans la commission Lichnerowicz, les IREM, au CNDP et auprès de ses élèves dans un lycée parisien, Colette avait plusieurs passions et savait les partager. Merci Colette pour ton engagement et ta gentillesse.
Lire l'article

**Aide aux projets**
Vous avez un projet avec l'une de vos classes qui concerne les mathématiques ? La Régionale Île-de-France de l'APMEP peut peut-être vous aider !
Lire l'article

**Comme par Hasard**
Pour notre rencontre 2025, nous vous avions convié·e·s à une visite accompagnée de cette exposition à la Maison Poincaré, plongée fascinante dans le monde du hasard et de la probabilité. En voici son compte-rendu.
Lire l'article

**Les brèves de la Régionale**
L'actualité des mathématiques est riche et foisonnante comme le prouvent ces quelques pépites glanées ici et là. Pour le prochain numéro des Chantiers, envoyez-nous vos trouvailles et événements mathématiques que vous avez pu croiser.
Lire l'article

**Chroniques des IREM**
Ces chroniques iremoises ont pour but de nous donner des aperçus sur l'actualité du travail effectué par les groupes les composant (40 groupes pour nos deux IREM parisiens), avec des élargissements interdisciplinaires pour certains d'entre eux.
Lire l'article

**Anamorphoses pour la semaine des maths**
Le partage entre pairs est une bonne pratique professionnelle, notamment pour susciter des idées de projets afin de diffuser la culture scientifique. Un bel exemple avec les anamorphoses dont l'exploration peut aussi se mener en mêlant diverses disciplines.
Lire l'article

**Un grain de riz… pour apprendre**
Nous avons demandé à Martine Quinio Benamo de nous proposer quelques idées d'exercices pour éclairer des notions de mathématiques qui sont mis en lumière dans son livre « Un grain de riz sur un échiquier — les mathématiques c'est politique ». On commence par la croissance exponentielle.
Lire l'article

**Pour une histoire de la virgule**
Trop souvent, on voit que la virgule est présentée comme séparant la partie entière de la partie décimale. Or, cela est faux, historiquement et mathématiquement, sans compter que cette vision induit des erreurs classiques chez les élèves. Le plus simple est de revenir à la conception initiale de la virgule comme élément qui permet de repérer le chiffre des unités dans l'écriture décimale.
Lire l'article

**Demi-finale FFJM en Guyane**
La finale du 39e championnat international des jeux mathématiques et logiques de la FFJM aura lieu le 17 mai 2025. En attendant, retour sur la demi-finale… en Guyane !
Lire l'article

**Avis de recherche**
Enfin la solution de l'avis du n°199 des Chantiers ? Mais oui, elle est là ! Ainsi que des solutions de l'avis du n°203 avec les 2 sangaku proposés. Et un nouvel avis vous attend, sous forme aussi de sangaku.
Lire l'article

**Comment contribuer aux Chantiers ?**
Chaque adhérent·e et lect·eur·rice peut aussi contribuer aux Chantiers en proposant des articles : toutes les idées sont bonnes à prendre et à partager…
Lire l'article

## Édito

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 10 avril 2025

par Le Comité de la Régionale

Sommaire



### Une fin d'année passionnante et pleine de défis

La fin d'année scolaire 2024-2025 s'annonce passionnante et pleine de défis pour les enseignant·e·s et passionné·e·s de Mathématiques en Île-de-France.

Entre le concours de la Régionale, le Salon Culture & Jeux Mathématiques, les deux sur le thème « Mathématiques hors les murs », la mise en place de la nouvelle épreuve anticipée de Mathématiques en juin 2026 pour la session du baccalauréat 2027, et les formations sur l'intelligence artificielle dans l'Éducation nationale, notre discipline est au cœur de nombreux enjeux.

### Mathématiques hors les murs : un défi collectif et créatif

Les inscriptions au concours « Mathématiques hors les murs », organisé par la Régionale Île-de-France de l'APMEP et l'IREM de Paris, touchent à leur fin.

Cette année, le concours invite les élèves de la maternelle à l'université à réaliser un journal explorant les mathématiques en dehors du cadre scolaire habituel. Véritable projet collectif et interdisciplinaire, cette initiative encourage l'écriture, la mise en page et la vulgarisation scientifique. La remise des prix pour les lauréats aura lieu le 4 juin 2025.

**Attention, la date limite d'envoi des productions est le 12 avril 2025.**

Toutes les informations et le règlement sont disponibles sur notre site. Et si vous êtes un peu juste pour tenir les délais, n'hésitez pas à nous envoyer un message pour que nous puissions nous organiser au mieux.

### Le rendez-vous incontournable : le Salon Culture & Jeux Mathématiques

Autre temps fort de l'année, le Salon Culture & Jeux Mathématiques se tiendra place Saint-Sulpice à Paris du 12 au 15 juin 2025.

Deux journées sont réservées aux visites des classes, le 12 et 13 juin 2025 : **réservez des ateliers pour vos élèves !** Un espace pour les enseignant·e·s du site du salon vous permettra de consulter le programme et de réserver des activités.

Cet événement, qui attire chaque année un public varié, prouve que les mathématiques sont bien plus qu'une discipline scolaire : elles sont un langage universel, un terrain d'expérimentation et un jeu intellectuel stimulant. Ateliers, conférences et animations permettront de découvrir des facettes insoupçonnées des mathématiques.

### Une nouvelle épreuve en 2026 : avancée ou ajustement ?

Le BAC 2027 marquera l'arrivée d'une épreuve anticipée de mathématiques, une réforme voulue pour renforcer l'évaluation des compétences mathématiques de tous les élèves en première, qu'ils suivent la spécialité ou non.

Cette épreuve de « culture mathématique », qui durera 2 heures, se divisera en deux parties :

- **Une première partie notée sur 8 points**
  sous forme de QCM évaluant les automatismes.
- **Une seconde partie notée sur 12 points**
  composée de 2 à 3 exercices adaptés au programme étudié.

Trois sujets distincts seront proposés, selon que l'élève suit la spécialité Mathématiques, le tronc commun de la voie générale ou celui de la voie technologique. L'épreuve se tiendra après mi-juin 2026, et sans calculatrice !

Si cette mesure répond à une demande de renforcement des fondamentaux mathématiques, son impact réel dépendra des aménagements des programmes et de la place qu'elle prendra dans la formation des élèves.

Nous vous invitons à lire le communiqué du Comité National de l'APMEP, ainsi que l'éditorial du BGV n°241, qui viennent de paraître.

### Le Capes 2024 : un signal d'alarme sur la formation des enseignants ?

Les discussions autour du Capes de mathématiques 2024 avaient créé la polémique avec une déclaration choc : serait-il « plus simple que le bac » ? Derrière cette provocation se cache une réalité préoccupante : la crise du recrutement et de la formation des enseignants.

Comment garantir un enseignement de qualité si l'on baisse les exigences du concours ? Comment redonner à la profession l'attractivité qu'elle mérite ? Ce sont des questions essentielles à l'heure où la transmission du savoir est plus que jamais au cœur des enjeux éducatifs.

Quelles ont été les réactions et analyses sur ce thème ? N'hésitez pas à lire les réflexions, analyses et actualités de la commission Formation des enseignant·e·s de l'APMEP, ainsi que celles des associations partenaires : le collectif Riposte Éducation ou le collectif Maths&Sciences.

### L'IA dans l'Éducation nationale : opportunité ou menace ?

L'essor de l'IA (Intelligence Artificielle) transforme peu à peu nos pratiques pédagogiques. Pour accompagner cette transition, trois formations ont été proposées ces derniers jours, dont les deux dernières sont accompagnées d'un parcours sur M@gistère :

- **L'IA dans nos vies**
  enjeux sociétaux et technologiques.
- **L'utilisation de l'IA par les élèves**
  impact sur les apprentissages.
- **L'IA comme assistant pour l'enseignant·e**
  outils et accompagnement pédagogique.

L'enjeu est double : exploiter les opportunités offertes par ces nouvelles technologies, tout en préservant l'autonomie et l'esprit critique des élèves. Une question qui mérite réflexion et débat !

Le Séminaire 2024 de l'APMEP avait pour thème « Enseignement des mathématiques et Intelligence artificielle » et nos collègues des autres Régionales de l'APMEP y ont consacré des temps lors de leurs journées régionales.

### Mathématiques en mouvement : restons engagés !

Face à ces nombreuses évolutions, la Régionale Île-de-France de l'APMEP reste mobilisée pour accompagner les enseignant·e·s, défendre notre discipline et encourager les échanges.

Nous espérons que ce numéro de nos Chantiers vous apportera matière à réflexion, inspiration et engagement ; et nous vous invitons à nous écrire pour que vos idées, vos réalisations, vos actions puissent contribuer aux nombreux débats qui animent cette fin d'année scolaire : passion et défi sont au cœur de notre métier ! Partageons-les.

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

## Hommage à Colette Pelé

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 10 avril 2025

par Dominique Guy

Colette Pelé nous a quittés.

Peu avant Noël 2024, c'est un méchant covid qui l'a emportée. Elle avait 90 ans. Elle a été incinérée au Père Lachaise.

Adhérente à l'APMEP dès ses débuts de carrière, elle fut une infatigable militante de l'enseignement des maths, ne ménageant pas ses forces après mai 68 dans la commission Lichnerowicz et les IREM. Détachée au CNDP plusieurs années, elle a animé des émissions de télévision scolaire avec sa grande amie Anik Demonget. Elle a passé l'essentiel de sa carrière à Paris, au lycée Gabriel Fauré dans le 13$^{e}$. Ses collègues se souviennent de sa bienveillance envers les élèves, et de ses coups de colère contre tout ce qui n'allait pas, le Ministère, les programmes, les inspecteurs… (pas étonnant qu'en râleuses professionnelles nous nous soyons bien entendues !). Elle avait même réussi à s'embrouiller un jour avec Marie-Hélène Peyrache et Francis Dupuis à propos du choix des poignées de portes du local de la rue du Jura quand l'APMEP y avait installé son siège national. Il paraît que c'est elle qui avait trouvé par la suite le local actuel rue Duméril.

Mais elle n'avait pas que les maths comme passion, très tôt elle avait découvert l'Égypte et avait entrepris de déchiffrer les hiéroglyphes. Et dès sa retraite elle s'est inscrite à l'École du Louvre dont elle suivait assidûment les cours.

Toute sa vie elle a été fidèle à l'APMEP, infatigable participante aux Commissions, aux Journées Nationales et même contribuant grandement aux JN de Paris en 1989 et 2010 au sein du Comité de la Régionale Île-de-France. Je garde personnellement un souvenir ému de notre retour des JN de Loctudy après la grande tempête de 1987 où, évacués du centre de vacances ravagé, on s'était tassés dans ma voiture pour rentrer à Paris. On avait déposé Colette dans la Sarthe où elle possédait une petite maison et elle nous avait alors improvisé une bonne soupe revigorante avant de nous laisser repartir.

Merci Colette pour ton engagement, ta gentillesse et tes passions.

Colette en 1976

Colette — JN 2010

JN 2010, Colette est à droite

*Pour leurs contributions et leur aide à cet hommage, merci à Jeanne Bolon, Jean Fromentin, Marie-Hélène Peyrache, Francis Slawny, Nicole Toussaint et Christiane Zerhen.*

### Note de la rédaction

Pour compléter cet hommage à Colette Pelé, nous avons fait quelques recherches dont vous trouverez quelques résultats ci-dessous :

**Dans les Chantiers :**
→ Assemblée Générale du 9 juin 1982 (compte-rendu)
Chantiers n°54 septembre 1982 pages 2, 3 et 4
→ L'atelier audiovisuel (compte-rendu)
Chantiers n°79 septembre 1992 page 4
→ Les maths par l'image : utilisation de cassettes vidéo en première L
Chantiers n°84 mars 1994 page 8

**Dans le Bulletin Vert :**
→ présentation à la presse de la Charte de Caen (page 139)

**À la BNF (Bibliothèque Nationale de France) :**
→ Calcul mental, calcul rétro ?
Débat entre enseignants de l'école élémentaire sur différentes pratiques d'apprentissage du calcul mental, et exemples illustrés dans leurs classes. (source : Média-Scérén)

Et aussi une recherche « Colette Pelé » dans la base de ressources Publimath.

# Appel aux projets

Article mis en ligne le 7 octobre 2023
dernière modification le 7 mars 2025

par Le Comité de la Régionale

**Vous avez un projet avec l'une de vos classes qui concerne les mathématiques ?**
**La Régionale Île-de-France de l'APMEP peut peut-être vous aider !**

De nombreux adhérents de la Régionale bâtissent des projets autour des mathématiques : sorties scientifiques, accueil d'un chercheur, fonctionnement d'un club…

Le financement de ces projets est parfois un parcours du combattant, voire un obstacle rédhibitoire.

L'un de nos objectifs est d'aider les enseignants à proposer aux élèves franciliens un enseignement des mathématiques vivant et attractif. Nous proposons d'apporter une aide financière à des projets qui s'inscriraient dans ces objectifs.

### Comment procéder ?

Envoyer à : Jean-Christophe Masseron, président de la Régionale Île-de-France, un dossier décrivant l'action, ses objectifs, le nombre et niveau des élèves concernés, les éventuels partenaires ainsi que le financement demandé.

Pour vous aider à mettre en forme votre dossier, voici des exemples pour la présentation de votre projet et son budget :

- exemple de présentation
- exemple de budget

Le Comité de la Régionale est souverain pour l'acceptation des projets et le montant de l'attribution.

En contrepartie, les porteurs du projet s'engagent à fournir à la Régionale un retour sur l'action réalisée, sous forme d'un envoi publiable en ligne (texte, photos, vidéo…), afin de rendre leur expérience partageable avec tous.

# Comme par Hasard

## une exploration du Hasard et de la Probabilité

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 2 avril 2025

par Amadou Diallo, Quentin Dupré

Sommaire



L'exposition « Comme par Hasard » est une plongée fascinante dans le monde du hasard et des probabilités. Organisée par la Maison des Mathématiques et de l'Informatique (MMI) de Toulouse, en collaboration avec la FDJ (Française des Jeux) dans le cadre de son programme « Jeu Responsable », cette exposition offre une expérience interactive et éducative pour tous les âges.

Le 25 janvier, la Régionale d'Île-de-France proposait à ses adhérents une visite guidée et un échange d'une heure pour découvrir cette exposition.

« Comme par Hasard » est une exposition qui non seulement éduque mais aussi fascine. Elle montre comment le hasard et les probabilités sont intégrés dans divers aspects de notre vie, des jeux de cartes aux prévisions météorologiques en passant par les sondages électoraux.

En comprenant mieux ces concepts, nous pouvons apprécier la complexité et la beauté du hasard.

### Introduction au Hasard

Le hasard est un phénomène omniprésent dans notre quotidien, souvent illustré par des exemples simples comme le lancer de dés. Cependant, comprendre le hasard va bien au-delà de ces exemples.

L'exposition commence par une démonstration avec un paquet de cartes, où les probabilités de tirer certaines cartes sont explorées. Par exemple, la probabilité de tirer une carte spécifique dans un jeu de 52 cartes est de $\frac{1}{52}$.

Mais que se passe-t-il lorsque l'on combine plusieurs événements ?

La probabilité de tirer deux cartes spécifiques est déjà de $\frac{1}{52\times 51}$ et la probabilité de tirer les 52 cartes dans un ordre déterminé est de $\frac{1}{52!}$, ce qui représente un nombre microscopique car le nombre de mélanges différents, lui, est gigantesque :

$52!$ =
80658175170943878571660636856403766975289505440883277824000000000000

$52!$ est un nombre avec 68 chiffres, ce qui illustre bien la complexité et l'immensité des probabilités lorsque l'on combine plusieurs événements.


### Le Hasard et les Coïncidences

L'exposition explore également les coïncidences, souvent perçues comme des événements hasardeux. Un exemple frappant est la corrélation entre la consommation de chocolat et le nombre de prix Nobel par pays.

Bien que les données puissent suggérer une relation directe, il est crucial de comprendre que corrélation ne signifie pas causalité. D'autres facteurs, comme le niveau de vie et la qualité de l'éducation, jouent un rôle déterminant.

### Le Hasard dans la Vie Quotidienne

Le hasard influence de nombreux aspects de notre vie quotidienne, y compris les prévisions météorologiques.

Les modèles météorologiques actuels sont capables de prédire le temps avec une précision croissante, mais des événements chaotiques comme les tornades restent difficiles à anticiper.

L'exposition met en lumière comment les données et les modèles mathématiques sont utilisés pour améliorer ces prévisions.

## Les Polyèdres et le Hasard

Un autre aspect intéressant de l'exposition est l'exploration des polyèdres, des formes géométriques utilisées dans les jeux de hasard.

Les présents ont pu s'essayer à la « détanque », un pastiche de pétanque qui se joue avec un dé, le but étant d'obtenir le plus grand nombre tout en le lançant dans la zone qui multiplie le résultat par 3. Ils ont ensuite pu manipuler de nombreux dés de formes variées et étudier leurs particularités.

Les dés les plus classiques sont des polyèdres équilibrés, ce qui signifie que chaque face a une probabilité égale de se retrouver en haut après un lancer. Cependant, la plupart des polyèdres ne sont pas équilibrés, et comprendre ces différences est essentiel pour analyser les jeux de hasard.

## Estimation et Sondages

L'exposition aborde également le rôle du hasard dans les sondages et les estimations.

Par exemple, estimer le nombre de billes rouges dans une urne sans les compter toutes peut sembler impossible, mais avec des résultats statistiques, on peut obtenir une estimation précise. L'exposition nous invite à attraper cent billes dans un bac à l'aide d'une pelle alvéolée ; les probabilités permettent d'estimer que la fréquence de billes rouges dans la pelle est proche de ce qu'elle est dans le bac. Malheureusement, comme nous l'explique le médiateur, impossible de vérifier expérimentalement car, à force de manipulations, des billes se sont perdues dans les recoins du musée...

Cette méthode est similaire à celle utilisée dans les sondages électoraux, où un échantillon représentatif est utilisé pour estimer les intentions de vote de l'ensemble de la population.

## Pour en savoir plus

Si vous voulez d'autres points de vue sur cette exposition qui nous donne à voir et comprendre le hasard, voici quelques références.

✓ Comme par hasard, préparez-vous à l'imprévu !
par Jean-Baptiste Aubin, dans Les Chantiers de Pédagogie Mathématique n°202 octobre 2024

✓ Hasard et maths : à pile ou face
Podcast « La science, CQFD » du 24 septembre 2024 par Natacha Triou, avec Jean-Baptiste Aubin et Hugo Dominil-Copin.

✓ Peut-on calculer le hasard ?
Podcast « La Méthode scientifique » du 8 décembre 2016 par Nicolas Martin, avec Gilles Pagès et Ivar Ekeland.

✓ À l'été 1654, Blaise Pascal posait les bases des lois du hasard
Article d'Étienne Ghys, dans Le Monde du 28 juin 2023

✓ Le hasard existe-t-il ? Ou comment quantifier la chance
Article de François Vannucci , dans The Conversation du 25 juillet 2018

✓ Qu'est-ce que le hasard quantique ?
Article de Alexia Auffèves, dans Le Journal du CNRS du 2 novembre 2017

# Les brèves de la Régionale


Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 11 avril 2025

par Le Comité de la Régionale, Michel Suquet


Sommaire



## Le concours « Mathématiques hors les murs »


Mathématiques hors les murs 2024 — 2025

Si vous avez fait travailler vos élèves pour le concours 2024 — 2025 de la Régionale APMEP et de l'IREMS de Paris autour de la création d'un journal, il est temps de songer à nous envoyer vos productions : la date limite d'envoi est **le samedi 12 avril 2025** [1] !

Le jury du concours se réunira le mercredi 30 avril 2025 au local de l'APMEP (26 rue Duméril, 75013 Paris) et si vous souhaitez participer à ce jury, vous êtes les bienvenus : prévenez-nous.

## Les Lionnes


Les Lionnes est un stage de mathématiques et d'informatique pour 20 lycéennes qui aura lieu **du lundi 21 au vendredi 25 avril 2025** : il reste 3 places pour cette semaine gratuite (transports, hébergement et restauration pris en charge) dédiée à 20 élèves de 2$^{de}$ et 1$^{re}$.

Les participantes sont sélectionnées sur des critères d'ordre social, de motivation et de goût pour les mathématiques.

Au programme : recherche sur problèmes ouverts le matin à l'Institut Henri Poincaré, rencontres avec des femmes scientifiques et activités culturelles et sportives. Voir l'article dans le n°203 des Chantiers pour plus de détails.

Contact : Les Lionnes et le dossier pour en savoir plus : Les Lionnes.

## Master Class Collégiennes


En partenariat avec plusieurs collèges de zone REP, l'association Séphora Berrebi organise, **le 29 avril 2025** à l'Institut Henri Poincaré, une Master Class Collégiennes pour stimuler le goût des mathématiques et de l'informatique chez des élèves de 4$^e$ et de 3$^e$.

La journée est rythmée par une alternance de temps forts autour du triptyque :

- **écouter & apprendre**
  exposés scientifiques en configuration plénière
- **rencontrer des « role models » et dialoguer**
  speed meeting avec des chercheuses
- **pratiquer**
  ateliers en petits groupes

Pour en savoir plus, consultez le dossier et contactez les organisateurs.

En 2026, prochaines « Master Classes Collégiennes » : 12 mars 2026 et 26 mai 2026.

## Aux maths citoyennes, citoyens !

Le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) lance une consultation citoyenne à destination du grand public, sur la place des mathématiques dans la société française.

- Aux maths citoyennes, citoyens !
  grande consultation nationale, **du 10 mars au 30 avril 2025**

Après ce temps de consultation et d'ateliers aura lieu un temps d'approfondissement, de mai à juillet. Le temps de la restitution avec les résultats de l'ensemble de la démarche est prévu à l'automne 2025.

## PLOT — de 1976 à 2003

Les plus ancien·ne·s d'entre-nous ont sans doute connu la revue PLOT avant qu'elle ne soit reprise au niveau national en 2003. Les archives de cette revue commencent maintenant à être publiées par la Régionale Centre — Val de Loire : une ressource de plus à la disposition de toutes et tous.

**Les archives de PLOT**

- de 1976 à 2003
- de 2003 à 2008

## Le Salon Culture et Jeux Mathématiques


L'édition 2025 du Salon Culture et Jeux Mathématiques aura lieu **du 12 au 15 juin 2025** pour sa 26e édition.

Quatre jours de découvertes, de jeux, d'ateliers interactifs et de rencontres avec des passionné·e·s vous attendent comme tous les ans Place Saint-Sulpice à Paris.

Deux journées sont réservées aux classes :

- inscrivez vos classes dès maintenant !

## Les notes de lecture Tangente

Vous souhaitez avoir quelques avis sur un livre qui parle de mathématiques ? Peut-être est-il dans les notes de lecture que met à notre disposition le magazine Tangente.

- les notes de lecture du magazine Tangente

Deux autres sources d'informations à utiliser :

- l'annuaire des ouvrages du site Litteramath
- la base de ressources Publimath

## Histoire de la cartographie

La BNF vous propose une 3e saison de son cycle d'initiation à l'histoire de la cartographie.

**Du 6 février au 12 juin 2025** vous sont proposées 4 conférences autour des nouvelles problématiques auxquelles la cartographie est confrontée : décentrement géopolitique du monde, questions écologiques, impact du numérique sur la représentation de l'espace.

## La saga des maths


L'objectif de cette série de podcast par Claire-Selma Aïtout est d'éclairer des notions mathématiques en racontant des histoires sur ceux et celles qui se sont passionné·e·s pour les mathématiques.

Actuellement, 9 épisodes sont disponibles :

- Thomas Fuller et le calcul mental
- Florence Nightingale, les statistiques à la vie à la mort
- Les frères Banou Moussa et les fondements de l'algèbre
- Ramanujan et l'intuition en mathématiques
- Alan Turing, le père de l'ordinateur
- Émilie du Châtelet et le calcul différentiel
- Hypatie d'Alexandrie, enseigner les maths envers et contre tout
- Leonardo Fibonacci, découvreur du nombre d'or

## Musée Fermat, pour l'amour des maths

C'est à Beaumont-de-Lomagne, que se trouve le musée Fermat, dont l'objectif est de proposer les mathématiques de manière ludique pour tous et toutes. Au programme : expositions, développement d'outils pédagogiques ou encore le festival Femmes en sciences 82 qui veut faire découvrir aux élèves les femmes qui se sont distinguées en sciences et en maths.

Claire-Adélaïde Montiel, présidente de l'association Fermat Science, nous parle de ce musée basé dans la maison natale de Pierre de Fermat.

## Pourquoi on parle de « problèmes » en maths ?

Étienne Ghys répond à cette question intrigante de Juliette dans l'émission Les P'tits Bateaux :
« Un problème de maths devient presque une aventure, ce n'est pas un ennui mais plutôt un jeu de piste ».

Et ce n'est pas Claude Gaspard Bachet de Méziriac qui va le contredire avec ses « problèmes plaisants et délectables ».

## Le BGV dynamique

Consultez le BGV devenu dynamique pour 4 de ses rubriques :

- Actualités institutionnelles
- Actualités de nos partenaires
- Congrès, colloques, manifestations
- Ressources et publications

## Au Fil des Maths


Vous avez peut-être reçu le n°555 de notre revue nationale : « Algébriquement vôtre », sinon patientez, il est en chemin.

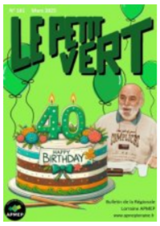
Ce numéro a pour fil rouge l'algèbre, de l'école élémentaire au lycée.

## Revue de presse

Sur le site Images des mathématiques qui donne à voir « la recherche mathématique en mots et en images », une revue de presse est proposée chaque mois.

Sont abordés divers thèmes qui alimenteront vos réflexions :
la vie de la recherche, la recherche et ses applications, l'enseignement, la diffusion de la culture mathématique, les parutions d'ouvrages ou de magazines, l'histoire des mathématiques, les concours, les arts et les maths,...

## Le Petit Vert




Le bulletin de nos amis de Lorraine a été publié en mars 2025, avec le numéro 161 qui sera, comme les autres numéros, une source d'idées pour vos cours.

Dans l'édito de ce numéro, un hommage à Jacques Verdier qui a été longtemps la cheville ouvrière du Petit Vert et un organisateur hors pair de la Régionale de Lorraine ; en fait, pratiquement tout le numéro 161 lui rend hommage.

Merci Jacques !

## MathémaTICE


Le numéro 94 de la revue en ligne MathémaTICE est paru en mars 2025 avec pour thème principal l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques et pour ce numéro des articles toujours très divers.

Bien entendu, les numéros précédents restent disponibles, sources de réflexions et d'idées pour l'enseignement des mathématiques, avec ou sans intégration des TICE.

Pour les prochains numéros de cette revue, des articles sont déjà prêts mais susceptibles de corrections avant leur publication définitive.

**Notes**

[1] si vous êtes un peu juste pour tenir cette contrainte, prévenez-nous, vous ne serez pas éliminé pour autant.

# Chroniques des IREM

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 31 mars 2025

par Le Comité de la Régionale, Christophe Hache, Sylviane Schwer

Sommaire



## Les IREM

Dans une de nos premières chroniques iremoises, nous avions donné les objectifs des travaux des IREM.

La région parisienne accueille 2 IREM : l'IREM de Paris Nord et l'IREM de Paris. Et ce sont en tout 40 groupes de travail qui sont à l'œuvre au sein de ces deux IREM : cela vous donne la diversité des thèmes ainsi abordés.

À noter que maintenant les IREM accueillent des groupes d'autres disciplines ou des groupes interdisciplinaires. D'ailleurs, certaines IREM sont devenues des IRES ou des IREMS.

## Du côté de l'IREM de Paris Nord

Les gazettes n°4 des rallyes cycle 2 et cycle 3 vont paraître début avril, et les résultats en mai, mais les retours des collègues sont toujours aussi positifs. Les pliages ont fait l'unanimité.

- les gazettes du rallye cycle 2
- les gazettes du rallye cycle 3

L'IREM Paris Nord a organisé en collaboration avec le LAGA, le laboratoire de mathématiques de l'Université Sorbonne Paris Nord, une après-midi de formation mercredi 12 mars 2025 à l'occasion de la semaine des mathématiques sur le thème des erreurs en probabilités et statistiques dans les publications scientifiques.

- La conférence de Philippe Marchal sur le site de l'IREM

**Avis aux amateurs** : un nouveau groupe « informatique débranché » a été créé, contactez-nous.

Les groupes de l'IREM sont ouverts à tous et toutes, n'hésitez pas à vous manifester.

Pour tout renseignement concernant l'IREM de Paris Nord, notamment nos groupes de travail, contactez-nous.

## Du côté de l'IREMS de Paris

Malgré nos demandes, aucune chronique de ce côté. Espérons pour le prochain numéro des Chantiers…

Pour tout renseignement concernant l'IREMS de Paris, notamment nos groupes de travail, contactez-nous.

## Et les autres IREM ?

La richesse des travaux engagés dans toutes les IREM est à votre portée via le site national des IREM. Vous pouvez d'ailleurs consulter la rubrique Actualités, manifestations, brochures…

Vous pouvez aussi consulter le site de LitteraMath qui propose un ensemble de listes d'ouvrages choisis conjointement par l'APMEP, par le réseau des IREM, par Pole (éditeur du magazine Tangente), avec le soutien de la CFEM (Commission Française pour l'Enseignement des Mathématiques), à destination des bibliothécaires ou des parents, à la recherche de livres ayant trait aux mathématiques, provenant de divers horizons, de différents niveaux, disponibles en librairie, qui ont un intérêt littéraire.

Et enfin, vous pouvez utiliser, pour rechercher une ressource, PubliMath qui est une base de ressources bibliographiques pour l'enseignement des mathématiques en langue française, développée par l'APMEP et l'ADIREM (Assemblée des directeurs d'IREM) depuis 1996 avec le soutien de la CFEM (Commission française de l'enseignement des mathématiques) et de l'ARDM (Association pour la recherche en didactique des mathématiques).

La page de recherche de Publimath comprend aussi un volet « recherche avancée et dans les revues » : n'hésitez pas à vous en servir.

# Anamorphoses pour la semaine des maths

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 31 mars 2025

par Stéphanie Doret Guerre, Emmanuelle Rocher

Sommaire



## Un Café Scientifique

Le **Café Scientifique** du lycée Hector Berlioz de Vincennes où nous enseignons toutes les deux les mathématiques, fédère les équipes de physique-chimie, SVT et mathématiques autour de la volonté de diffuser la culture scientifique. Ainsi, c'est sous cette étiquette commune que nous organisons les animations, clubs ou événements en lien avec nos matières. Cette année scolaire, nous avons, par exemple, animé des ateliers sur le temps de la cantine pour la fête de la Science, programmé une conférence sur le futur des énergies ou encore proposé aux élèves une exposition du CNRS sur la démarche scientifique.

Depuis quelques années, nous avons également l'habitude d'animer des stands à l'occasion de la **semaine des maths** : jeux, origamis, fresques dans la cour, échecs…

Avec l'envie de se renouveler pour 2025 et surtout de s'inscrire davantage dans le thème « **Maths hors les murs** », nous avons cherché, comme souvent, l'inspiration auprès de nos collègues qui publient que ce soit à l'APMEP ou sur les réseaux sociaux.

Deux d'entre eux, Claire Lommé et Jean-Yves Labouche [1], ont particulièrement travaillé le sujet des anamorphoses et nous ont permis de nourrir cette appétence.

## Une exposition et un atelier

Ce n'est qu'avec un groupe restreint d'élèves, à savoir ceux de seconde DNL [2] mathématiques en anglais d'Emmanuelle, que nous avons élaboré l'exposition « Anamorphoses ». Après une première partie en salle banale pour découvrir les solides de Platon, nous avons expliqué aux élèves comment ils allaient s'y prendre pour réaliser eux-mêmes des anamorphoses des cinq solides sur les murs du lycée (à défaut de "hors" les murs).

Voici un rendu de l'atelier « Anamorphoses, une histoire de point de vue » :


Anamorphoses, une histoire de point de vue

Comment faire ? Finalement, c'est assez simple !

- Choisir des représentations Geogebra des solides en « fil de fer ».
- Les projeter avec un vidéo-projecteur dans un coin de mur, sur un poteau, à l'angle du mur et du sol, voire du plafond.
  La projection est déformée mais il y a tout de même un point de vue duquel on peut visualiser le solide correctement.
- Le jeu consiste ensuite à déplacer le vidéo-projecteur pendant que les élèves cherchent le bon angle de vue. Une fois l'angle de vue défini, il ne reste qu'à caler le vidéo [3].
  Notre volonté était de faire se pencher le visiteur et nos points de vues sont donc assez proches du sol.
- Repasser les arêtes du solide au crayon à papier et marquer les sommets. Puis, à l'aide de scotch d'électricien [4], tracer la représentation finale.
  Avant de conclure, les élèves doivent s'assurer du bon nombre de sommets et d'arêtes de leur solide puis scotcher au mur l'affiche pour indiquer l'angle de vue.

## Un accueil enthousiaste

Les réalisations ont tellement séduit l'intendance du lycée que nous allons réfléchir à en créer d'autres, de façon pérenne, lors de la rénovation de certains parties des bâtiments.

Nous avons aussi en projet de confectionner d'autres anamorphoses (triangles imbriqués ou Rubik's) sur les marches des cours de récréation.

Des idées plein la tête, merci aux collègues pour l'inspiration [5] !

**Notes**

[1] ressources utilisées : Claire Lommé et Jean-Yves Labouche

[2] DNL : Discipline Non Linguistique

[3] Nous avions un chariot à roulettes pour le garder stable. Attention aux petits yeux, il faut prévenir les élèves !

[4] cela est aussi faisable avec des marqueurs spécifiques pour un résultat qui restera sans doute plus longtemps

[5] la petite derrière en date, issue du groupe Le coin boulot des profs de mathématiques

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

# Un grain de riz… pour apprendre

Article mis en ligne le 12 avril 2025

par Michel Suquet

*Suite à la recension de l'ouvrage Un grain de riz sur un échiquier — les mathématiques c'est politique, nous avons demandé à son auteure Martine Quinio Benamo de nous proposer quelques idées d'exercices pour éclairer des notions de mathématiques qui interviennent dans l'actualité.*

*Dans ce numéro des Chantiers, nous vous proposons de commencer par la notion de croissance exponentielle.*

*Dans les prochains numéros, nous poursuivrons par la notion de pourcentage, sur celles de moyenne et de médiane, sur la notion de prévision qui fait appel aux probabilités et aux statistiques, sur la notion de test à une maladie, sur la notion de vérité en mathématiques et en sciences.*

*Les références indiquées, sauf mention contraire, concernent les pages de l'ouvrage de Martine Quinio Benamo : « Un grain de riz sur un échiquier — les mathématiques c'est politique » aux éditions de l'Atelier (2023).*

Sommaire



## Préambule

La confusion sur les définitions des mots, même les plus simples — « parmi », « moyenne » — la méconnaissance de règles de logique introduisent des biais de raisonnement à tous les niveaux de la société, du citoyen au décideur. La quantification est partout, la gouvernance par les nombres est de mise pour justifier des décisions politiques sous caution mathématique — voir chapitre 2 « les mathématiques c'est politique » : il faut donc faire parler les chiffres, qualifier avant de quantifier, savoir « qui parle ».

La notion de vérité dans une information est, en 2025, plus que jamais centrale laissant aux éducateurs, aux professeurs, à l'école, à l'éducation un rôle majeur et incontournable : cela passe, entre autres, par une meilleure culture mathématique.

C'est dans cet optique que, professeure retraitée de mathématiques, j'ai écrit *Les mathématiques, c'est politique ! un grain de riz sur l'échiquier*, ouvrage accessible à tous et plein d'exemples directement utilisables dans le cursus collège, lycée, première année de licence.

Pour faciliter le travail des professeur·e·s, voici quelques pistes, extraites du livre, ou de compléments que j'ai relevés depuis la parution de l'ouvrage en 2023.

## La croissance exponentielle

Le titre de mon ouvrage est une porte d'entrée à l'idée d'une croissance exponentielle et peut donc servir de base à des exercices tels que ceux-ci :

- Calcul du nombre de grains de riz sur la 10$^{e}$ case d'un échiquier 8 × 8, sur la 64$^{e}$ case.
- Appliquer les calculs à une contamination, expliquer le taux de reproduction d'un virus (voir p.46).
- Mise en évidence de la difficulté des ordres de grandeur.
- Exemple transposable à la consommation de $CO_2$ qui double (voir p.99).

Pour expliquer une « croissance exponentielle », on pourra donc utiliser l'exemple d'une contamination dans laquelle une personne malade contamine 3 personnes, chacune contaminant 3 personnes ; ce qui fait la progression : 1 - 3 - 9 - 27 - 81… et à la dixième répétition, presque… 20 000 personnes peuvent être contaminées.

**Autres sujets que vous pourrez aborder :**

- la croissance exponentielle n'est pas toujours rapide
- il n'y a pas toujours croissance !

Pour montrer une croissance exponentielle lente, on peut utiliser l'exemple suivant, extrait de ma conférence à l'Alcazar (voir les compléments) :

> On place 100 € à 3 % sur un Livret A.
> Quelle est la base de la fonction exponentielle permettant de faire le calcul direct du capital au bout de $n$ années, sans calcul des intérêts ? Quel est le capital au bout de 10 ans ?

**Autre exercice possible, non mentionnés dans mon ouvrage :** calcul du nombre d ses ancêtres puis recherche d'informations sur la population mondiale à une époque (pa exemple la préhistoire) pour laquelle le nombre d'ancêtres calculés dépasse de toute évi dence cette population mondiale. On demandera aux élèves de proposer des explication à ce phénomène.

Avec cet exercice, on met ainsi en évidence **le problème de la croissance dans un monde de ressources finies**. Un travail à ce sujet peut être mené avec des collègues d'autres disciplines. On pourra se demander, pour toute croissance exponentielle (que ce soit dans le domaine de la santé, le domaine économique, le domaine écologique,…) quelle conséquence en attendre ?

## Compléments

✓ 2 recensions de l'ouvrage *Les mathématiques, c'est politique ! un grain de riz sur l'échiquier*

- Alice Ernoult, « Un grain de riz sur l'échiquier », in Au fil des maths, n°549, décembre 2023
- Michel Suquet, « Un grain de riz sur l'échiquier », in Chantiers de pédagogie mathématique, n°202, octobre 2024

✓ Faire parler les chiffres
par Martine Quinio
conférence à la bibliothèque Alcazar (Marseille) le 30 mai 2024
Avec des compléments sur le thème de l'écologie.

✓ Peut-on compter sur les chiffres ?
par Élise Janvresse
Directrice adjointe scientifique à l'INSMI (Institut national des sciences mathématiques de leurs interactions) et professeure à l'université de Picardie Jules Verne.

✓ Plus vite que son nombre (déchiffrer l'information)
par Sylviane Gasquet-More
Le Seuil, 1999
Analyse critique, à partir de textes des médias, publicité, situations courantes, de l'information chiffrée trop souvent sous la forme d'une « désinformation-choc » réclamant un chèque en blanc.
En 48 rubriques, l'auteur dénonce les confusions entre variations absolues ou relatives, des pourcentages indûment comparés ou ajoutés, multipliés, ..., des graphiques truqués ou obscurs…
Pour les non matheux, il est joint une mini fiche sur les pourcentages (signification, traductions multiplicative d'une augmentation ou d'une baisse…)
Voir la fiche Publimath de cet ouvrage

✓ Demain la ville
conférence aux Rencontres de Blois 2024 sur le réchauffement climatique
par Magali-Reghezza-Zitt
Maîtresse de conférences HDR [1] et membre du Centre de formation sur l'environnement et la société de l'ENS [2]
Pour la première fois dans l'histoire de l'humanité, il est démontré qu'il existe des limites physiques à l'adaptation aux changements environnementaux. Que signifie alors pour le villes la mise en œuvre d'une trajectoire de transition et comment peut-elle s'inscrire dans les trajectoires urbaines hérités ?

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE
APMEP

# Pour une histoire de la virgule

## partie 1 : la virgule en langue et son utilisation dans la représentation des nombres entiers naturels

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 7 avril 2025

par Sylviane Schwer

*Sylviane Schwer est directrice de l'IREM Paris Nord et professeure à l'Université Sorbonne Paris Nord. Elle nous avait parlé de l'Histoire de la numération dans nos Chantiers et nous lui avons demandé de nous donner des éléments historiques pour mieux cerner les usages de la virgule qui intervient dans l'écriture décimale.*

Sommaire



### La virgule dans la langue française

Jusqu'au milieu du XX$^{e}$ siècle, l'article « virgule » des dictionnaires usuels ne comporte aucune définition liée aux mathématiques. La définition concerne dès le moyen français le signe de ponctuation, à laquelle s'ajoute petite pousse, petite verge, baguette, réprimande (moyen français), terme d'horlogerie (montre à virgule) et terme de bactériologie (bacille à virgule — choléra asiatique).

Dans le grand Larousse de la langue Française de 1989, l'article « virgule » (tome 7, pages 6392 et 6393) donne comme première définition :

> signe de ponctuation ayant la forme d'un trait courbé vers la gauche (,), qu'on place à droite et vers le bas des mots pour séparer les membres d'une phrase et indiquer la plus légère pause, ou encore pour séparer les chiffres représentant un nombre entier et ceux qui correspondent à ses décimales.

Dans la version actualisée du dictionnaire Larousse en ligne, les deux contextes sont séparés. La version nombre est celle d'un « signe servant à séparer, dans la notation décimale d'un nombre, partie entière et partie décimale. », définition que dénonçait en 1999 Michel Suquet dans le n°100 des chantiers (page 8) qui figurait dans tous les manuels disponibles en 1999 pour l'école ou le collège.

Puisque l'intérêt des nombres décimaux se justifie par son usage pour traiter des « grandeurs », il est intéressant d'aller voir du côté du Bureau international des poids et mesures. Dans sa 9$^{e}$ Conférence générale, résolution 7 (1948), avait été décidé que « Dans les nombres, la virgule (usage français) ou le point (usage britannique) sont utilisés seulement pour séparer la partie entière des nombres de leur partie décimale », et non pour marquer les puissances de mille dans les grands nombres. La 22$^{e}$ édition 2003 n'a toujours pas tranché et déclare encore que « le symbole du séparateur décimal pourra être le point sur la ligne ou la virgule sur la ligne », refusant ainsi de trancher entre les usages.

Les usagers de la virgule décimale baignent donc largement dans une vision de la virgule comme séparateur et non comme marqueur. Quant aux élèves qui découvrent l'usage mathématique de la virgule, elles et ils ont déjà une certaine intimité d'une part avec son usage textuel et d'autre part — certes dans une moindre mesure — avec les fractions, c'est-à-dire deux entiers écrits l'un sur l'autre séparés par un petit trait horizontal.

C'est pourquoi il nous est apparu intéressant de revenir sur l'histoire de ce petit signe.

### Origine des signes de ponctuation

Dans l'antiquité gréco-latine, les textes ne comportaient aucun signe de ponctuation, sauf parfois des points pour séparer les mots entre eux, car l'usage des abréviations était courant. Pour marquer les fins de propositions, l'usage était de placer le verbe en dernière position, comme on peut le voir Figure 1 [1].


Figure 1 : la dédicace sur la colonne Trajane

C'est Aristophane de Bizance (257 — vers 180 AEC [2]), conservateur de la bibliothèque d'Alexandrie, qui, pour aider les copistes à transcrire des textes qu'ils ne comprenaient pas toujours, définit trois niveaux de points :

- ***stigmé teleia*** (point final/parfait/complet)
placé à l'extrémité supérieure de la dernière lettre d'un mot pour indiquer la fin de la phrase, une pensée achevée, d'où marquait un retour à la ligne, c'est notre point, qui marque un temps long de silence dans la lecture.
- ***stigmé mésé*** (point médian)
une respiration, entre deux propositions qui relèvent de la même pensée, c'est notre point-virgule, qui marque un temps moyen de silence.
- ***hypostigmé*** (point inférieur)
indique une pensée qui demeure incomplète, et doit être complétée, c'est notre virgule, qui marque un temps bref.

En grec, *stigmé* signifie « piqûre, marque faite par un instrument pointu, piqûre, point » issu du verbe *stizô*, qui signifie marquer, distinguer (tatouer). Cette définition décrit à la fois la fonction de marquage et son rôle de didascalie indiquant l'intonation et le rythme de la lecture orale du texte [3].

Le latin va séparer ces deux sens par deux mots distincts. Le premier est *distintio*, traduction directe du terme grec pour décrire la finalité de l'action. L'action concrète d'insertion est décrite par un mot original, *interpunctio*. Le point inférieur devient un trait penché (/) ; proche de la *virgula*, ou « petite verge » et est utilisé pour marquer les passages défectueux, donc incomplets.

Au Moyen Âge, la ponctuation garde ce rôle essentiellement oratoire, et n'est toujours que le fait des copistes, et non des auteurs. Les copistes, principalement moines issus de différentes cultures et dont certains sont itinérants, usent de collections diverses de signes permettant d'améliorer chacune l'intelligibilité du texte, mais qui leur est propre. Une même copie, écrite par plusieurs copistes successifs, peut contenir des marques différentes pour signifier la même chose ou une même marque pour signifier des choses différentes. Du XV$^{e}$ au XVII$^{e}$ siècle, les copies sont produites non plus majoritairement dans les monastères, mais chez des imprimeurs.

Ce sont les libraires et les typographes qui vont prendre les choses en main à l'occasion de l'arrivée de l'imprimerie. En 1496, parait à Venise pour la première fois une édition imprimée contenant les signes de ponctuation que l'on connaît (Figure 2). Il s'agit d'un traité en latin relatant un voyage au sommet de l'Etna publié par Alde Manuce ( 1450-1550), un des plus grands imprimeurs humanistes. La standardisation de la ponctuation est en route.

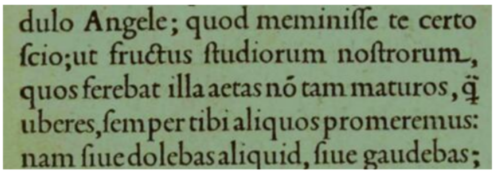


Figure 2 : extrait de De Aetna, imprimée par Alde Manuce en 1496

En France, Geoffroy Tory (Bourges,1480 — Paris,1533), imprimeur-libraire et éditeur humaniste, publie en 1529 le premier traité de grammaire, d'orthographe et de typologie française, *Champ fleury*. Il introduit les trois points nécessaires à la ponctuation : « points Quarre, Crochu, & Triangulaire ». Le point *crochu*, ou crochet correspond à la virgule. En 1540, Étienne Dolet [4] publie le premier traité *de la punctuation de la langue francoyse*. Il y définit six marques, dont la première est « appelée en latin *incisum*, et en français — principalement en l'imprimerie — on l'appelle *point à queue* ou *virgule* ».

À partir de la Renaissance, les auteurs commencent à se préoccuper de ponctuation. Au XVIII$^{e}$ siècle, le grammairien Nicolas Beauzée (Verdun 1717, Paris 1789) rédige l'article « ponctuation » de l'Encyclopédie de Diderot. Long de 9 pages, il développe les trois rôles de la ponctuation :

- **prosodique** (rythme, modulation),
- **sémantique** (distinction des sens partiels),
- **syntaxique** (subordination).

La virgule en est le premier signe développé sur 4 pages. On y trouve les trois principaux usages actuels, résumés et désignés comme opérations mathématiques sur le site linguistique québécois :

- **Addition**
  juxtaposition ou coordination des mots ou groupes de mots qui ont le même statut grammatical : « Anne, Bob, Claire, Denis et Eve ont reçu les félicitations du jury » ;
- **Soustraction**
  encadrement d'incises explicatives que l'on pourrait supprimer : « L'accusé, droit dans ses bottes, a rejeté toutes les accusations » ;
- **Inversion**
  déplacement d'un segment par rapport à l'ordre normal de la phrase Sujet Verbe Complément : « hier, il a plu toute la journée ».

Notons que l'oubli des virgules dans la soustraction peut changer le sens de la proposition. Par exemple la proposition « Les députés incompétents ne furent pas réélus. » ne parle que des députés incompétents alors que la proposition « Les députés, incompétents, ne furent pas réélus. » concerne tous les députés.

Rappelons également que la virgule, comme signe de ponctuation, indique toujours une brève durée dans le flux du discours.

En conclusion, d'une part la virgule, comme élément de ponctuation du discours rhétorique, assure toujours son rôle de didascalie, c'est-à-dire qu'elle n'est pas nommée dans le flux du discours, et que dans le texte écrit, elle n'est précédée d'aucun espace, mais précède un espace normal ; d'autre part, pour répondre à notre question, elle possède actuellement les deux aspects, à la fois séparateur et indicateur.

## Les systèmes alphabétiques

Nous décrivons les systèmes alphabétiques, car celui utilisé par les Grecs utilise systématiquement la virgule, puis les systèmes positionnels indo-arabe pour l'expression des grands nombres.

Les systèmes alphabétiques utilisent les lettres alphabétiques — dans l'ordre de récitation — pour écrire généralement les nombres des unités, les dizaines et les centaines. Il faut donc 27 lettres différentes. Si l'alphabet utilisé est insuffisant, des symboles spéciaux sont ajoutés. Par exemple, si l'on utilisait notre alphabet pour écrire les nombres de 1 à 999 [5], il faudrait ajouter un nouveau symbole, par exemple ♢ pour compléter (Tableau 1).

**Tableau 1 : système de numération alphabétique**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $1:a$ | $2:b$ | $3:c$ | $4:d$ | $5:e$ | $6:f$ | $7:g$ | $8:h$ | $9:i$ |
| $10:j$ | $20:k$ | $30:l$ | $40:m$ | $50:n$ | $60:o$ | $70:p$ | $80:q$ | $90:r$ |
| $100:s$ | $200:t$ | $300:u$ | $400:v$ | $500:w$ | $600:x$ | $700:y$ | $800:z$ | $900:\diamondsuit$ |

Ainsi 169 s'écrirait $soi$, terme qui est lui-même un mot du vocabulaire français. Ainsi, les systèmes utilisant des lettres alphabétiques pour écrire les nombres doivent — même si en général le contexte suffit à lever l'ambiguïté — signaler que le mot lu réfère à un nombre. Les signes diacritiques ou de ponctuation sont alors utilisés.

Par exemple, au III$^{e}$ siècle avant l'ère commune, le système ionien, qui repose sur l'alphabet (grec) [6], se généralise à Athènes et à Alexandrie. Pour signaler l'écriture d'un nombre, son expression commence par une virgule et se termine par une apostrophe, ou virgule en exposant. Ainsi, 169 s'écrit $,\rho\xi\theta'$ ou avec notre alphabet $,soi'$.

## Avec les chiffres romains

Les chiffres romains viennent de la numération étrusque, par exemple, V — qui désigne 5 — provient du symbole étrusque $\wedge$. À partir du IV$^{e}$ siècle, le passage de l'écriture en capitale à l'écriture minuscule — plus rapide à écrire avec une plume — rend plus difficile la lecture des nombres à l'intérieur du texte, il est donc encadré par des points [7] ou des virgules tant que la ponctuation n'a pas été régulée. L'encadrement par les points devient alors la règle qui perdure avec l'usage de la numération indo-arabe (Figures 3 et 4).

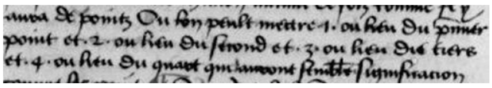


Figure 3 : extrait de Trypartie de Nicolas Chuquet (1484)

## Les systèmes positionnels indo-arabes

Pour les nombres jusqu'à mille ou dix-mille, il n'y a pas lieu d'utiliser de ponctuation, car lire une séquence de trois ou quatre chiffres relève de la subitisation. En revanche, pour les séquences plus longues, un regroupement par tranches de trois (milliers) ou quatre chiffres (myriades) à partir des unités est nécessaire pour aider à la lecture.

En latin dans les langues romanes et anglo-saxonnes, le regroupement par trois a été adopté, issu/suivi ou non d'un regroupement en deux tranches de trois, selon que l'on utilise l'échelle courte ou longue.

Les Grecs, les Chinois et les Japonais utilisent le regroupement par quatre.

### De nos jours

Actuellement, les Anglais et les Américains utilisent des virgules pour séparer les groupes de trois, les Allemands des points. Depuis octobre 1948, ces deux séparateurs sont interdits par le Bureau International des poids et mesures car en compétition avec « le séparateur décimal ». En France, dès 1950, l'Association française de normalisation adopte cette règle qui fera l'objet d'une publication au Journal Officiel n°0297 le 23 décembre 1975 [8] !

> Dans les nombres, la virgule est utilisée seulement pour séparer la partie entière des nombres de leur partie décimale. Pour faciliter la lecture, les nombres peuvent être partagés en tranches de trois chiffres (à partir de la virgule s'il y en a une) ; ces tranches ne sont jamais séparées par des points ni par des virgules. La séparation en tranche n'est pas employée pour les nombres de quatre chiffres désignant une année.

Les Suisses satisfont la règle en utilisant des apostrophes !

### Dans les traités d'arithmétique anciens

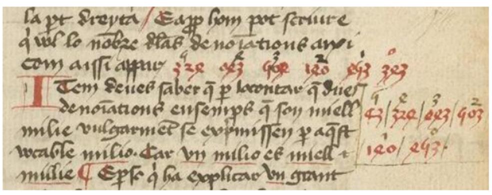
À partir du XIII$^{e}$ siècle, dans les milieux marchands et comptables apparaissent des maîtres d'« abaques » et des traités d'arithmétique contenant les nouvelles procédures de calcul — nommées « algorismes » ou « livre d'abaque » — que permet l'introduction des chiffres indo-arabes afin d'apporter les éléments mathématiques nécessaires au bon déroulement des opérations économiques.

Ces traités sont écrits en langue vernaculaire afin d'être accessibles au plus grand nombre. Ils contiennent tous un chapitre de numération avec une description de la représentation des grands nombres — c'est-à-dire dépassant le million — en chiffres indo-arabes et avec des jetons sur l'abaque, l'auxiliaire de calcul utilisable aussi bien à partir de l'écriture en chiffres romains, encore largement répandue, ou en chiffres indo-arabes.

Les grands nombres permettent aussi la pratique des comptes calendaires et astronomiques. Ces traités peuvent contenir, comme celui de Chuquet, des éléments d'arithmétiques abstraites.

### En France

À Pamiers, dans l'Ariège vers 1430, d'un auteur inconnu, **un traité arithmétique manuscrit en une langue d'oc**. Le million — *milio* — y est défini comme la dénomination vulgaire de *mille mille* (Figure 4 : « *Car un milio es miell millie* »). Les tranches de milliers sont séparées par un espace et numérotées comme dans l'exemple suivant (Figure 4 : indexation des groupements par 3).



$\overset{5}{324}\ \overset{4}{034}\ \overset{3}{402}\ \overset{2}{140}\ \overset{1}{453}\ \overset{0}{343}$

Figure 4 : extrait du manuscrit de Pamiers (1430)

À Paris, en 1475, **le traité d'arithmétique de Jehan Adam**, secrétaire de Nicolle Tilhart, notaire, secrétaire et auditeur des comptes du roi Louis XI. Dans ce manuscrit, écrit en moyen-français (langue d'oïl), Jehan Adam s'adresse aux comptables, qui travaillent essentiellement avec les chiffres romains et les abaques à jetons pour calculer. Il emploie l'échelle longue jusqu'à *trimillion* pour nommer les rangs des vingt lignes de l'abaque qu'il utilise dans son traité, qui correspond aux rangs des systèmes de position décimaux comme celui de la numération indo-arabe (Figure 6).

L'écriture des nombres dans les énoncés est très libre, on utilise fréquemment vingt (XX), cent (C) et mille (M) en exposant, les millions peuvent être écrits en toutes lettres. Il s'agit en fait de transmettre le nombre oralement à celui qui manipule l'abaque à jetons, donc l'écriture doit être la plus aisée à lire pour le lecteur. Ainsi, le nombre exemple de 745 324 804 300 700 023 654 321 (voir le paragraphe suivant) pouvait-il s'écrire :

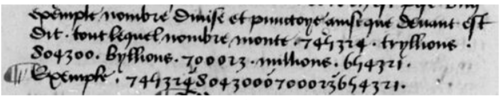
Vij$^{C}$.XXXXV. mil .iii$^{C}$.xxiiii. trimillion .viii$^{C}$.iiii. mil .CCC. bimillion .vii$^{C}$. mil .xxiii. million .vi$^{C}$.liiii. mil .iii$^{C}$.xxi.

Notons que pour les nombres rompus, ou ayant une partie fractionnaire inférieure à l'unité, si la partie entière est écrite en chiffres romains, la partie fractionnaire est toujours écrite en chiffres indo-arabes, numérateur et dénominateur séparés par un trait horizontal comme pour diviser .mcc. par .iiii$^{C}$.xxx. qui vaut « .ii. et $\frac{340}{430}$ ».

À Lyon, en 1484, **le triparty en la science des nombres de Nicolas Chuquet**. Dans ce traité, Nicolas Chuquet expose le système actuel de l'échelle longue en expliquant comment dire un nombre écrit en chiffres indo-arabes. Il regroupe les chiffres par tranche de six chiffres, ce qui nécessite d'abord de savoir dire les nombres de 1 à 999 mille 999, puis d'apprendre le nom des puissances successives de million qu'il donne jusqu'à la puissance 9 :

> Et pour plus facilement dire un grand nombre, l'on peut diviser les chiffres en bloc de six en commençant toujours à droite et sur chaque premier chiffre de droite de chaque bloc, excepté le premier, l'on peut mettre un petit point. Et il faut savoir que tous les chiffres depuis le premier point jusqu'au second concernent les millions, du second point au troisième point concernent les millions de millions et ceux du troisième au quatrième sont millions de millions de millions. Et ainsi des points suivants en répétant ce terme million autant de fois qu'il y a de points. Mais l'on peut aussi mettre .1. au lieu du premier point et .2. au lieu du second et .3. au lieu du troisième et .4. au lieu du quatrième qui auront même signification que les points. Le premier point signifie *million* ; le second point *billion* ; le troisième point *trillion* ; le quatrième *quadrillion* ; le cinquième *quintillion* ; le sixième *sextillion* ; le septième *septillion* ; le huitième *octillion* ; le neuvième *nonillion* et ainsi de suite.

L'exemple donné utilise les points au-dessus des unités de chaque tranche millions (Figure 5).



$$\cdot 745324\dot{8}04300\dot{7}00023\dot{6}54321\cdot$$

Figure 5 : extrait de Trypartie de Nicolas Chuquet (1484)

Il y a donc conservation des points initial et terminal de l'expression indo-arabe du nombre et signalisation par un point de chaque unité des tranches de millions. La numérotation explicite des tranches « millions » n'est pas représentée. Elle est similaire au traité précédent, avec des tranches deux fois plus longues, avec une indexation des puissances de million par Chuquet :

$$\cdot 745324\overset{3}{8}04300\overset{2}{7}00023\overset{1}{6}54321\cdot$$

Notons que « $0$ », qui n'est pas encore entré dans le panthéon des nombres — ce n'est encore qu'un simple symbole appelé chiffre pour marquer l'absence de quantité associée à l'unité de compte du rang considéré, alors que les symboles 1 à 9 sont des figures désignant des quantités — n'est pas utilisé pour l'énumération des tranches. On commence toujours à compter par 1, qui n'est pas vraiment un nombre mais « commencement » du nombre.

### Pour la Grande-Bretagne, l'Écosse et l'Irlande

Robert Recorde (1510-1558) est un médecin et mathématicien Galois du XVI$^{e}$ siècle. Médecin d'Édouard VI puis de la reine Marie, il fut également Contrôleur de la Monnaie Royale ainsi que des Mines et Monnaies d'Irlande. Il est le premier à introduire l'algèbre dans les trois royaumes et pratiquement le fondateur de l'école mathématique anglaise.

Fin pédagogue, il écrivit un ensemble de traités mathématiques pour couvrir tout le cursus mathématique des tout débutants aux meilleurs spécialistes, tous en langue vernaculaire, ce qui l'obligea à introduire un lexique anglais de mathématiques, qui n'a pas survécu, excepté le signe « = » [9]. Le premier volume du cursus est **The Ground of Arts** publié pour la première fois à Londres en 1543, il sera réédité plus de 45 fois jusqu'en 1700.

Robert Recorde y propose de séparer les tranches de trois chiffres par des barres verticales :

$$.230|864|089|105|340.$$

Il conserve l'encadrement des nombres par des points, alors que l'emploi des chiffres indo-arabes ne les rend plus nécessaires pour distinguer les expressions chiffrées des nombres des mots usuels. Cela nous laisse supposer que le point final a été conservé dans la notation des nombres décimaux pour signifier la fin de la partie entière du nombre, et que les barres ont été transformées en virgule. Le point initial a été abandonné, n'ayant plus de fonction nécessaire.

## Les grands nombres dans la description des abaques dans les traités d'arithmétique anciens

Nous ne pouvons pas terminer cette première partie sans jeter un coup d'œil sur la façon dont on gère la lecture des grands nombres avec les abaques.

Dans les décompositions en puissance de mille, il est d'usage de mettre une * sur la ligne des puissances de mille comme chez Recorde [10] (Figure 6).

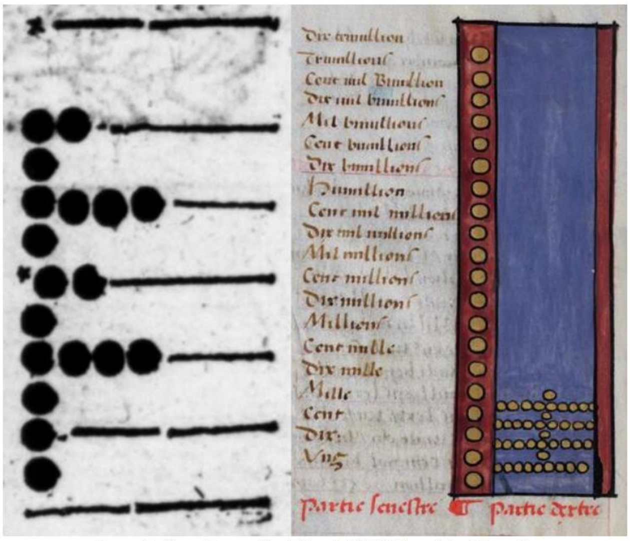


Figure 6 : à gauche, représentation de 297 965 par Robert Recorde
à droite représentation du système de numération décimale par Jehan Adam

Dans la décomposition en puissances de million, il est courant de marquer chaque ligne par son mot-nombre. À droite de la figure, nous remarquons que les lignes sont implicites, seulement figurées par un jeton.

## Pour aller plus loin

- Tournier Claude. Histoire des idées sur la ponctuation, des débuts de l'imprimerie à nos jours
  in : Langue française, n°45, 1980. La ponctuation pp. 28-40
- Sylviane Schwer. Du bon usage de la virgule
  atelier des Journées Nationales 2023 à Rennes

**Notes**

[1] La colonne Trajane est construite de 107 à 115 à Rome pour commémorer la victoire de Trajan sur les Daces. Nous reproduisons les trois premières lignes du texte de la dédicace :
SENATUS·POPULUSQUE·ROMANUS
IMP·CAESARI·DIVI·NERVAE·F·NERVAE
TRAIANO·AVG·GERM·DACICO·PONTIF

[2] AEC : Avant l'Ère Commune

[3] La lecture silencieuse date de la renaissance (Orlando de Rudder, Pour une histoire de la lecture, Médiévales, 1983 vol 3, 97-110)

[4] Étienne Dolet, né en 1509 à Orléans, humaniste, homme de lettres et imprimeur français, condamné au bûcher à Paris par l'inquisition le 3 août 1546.

[5] On peut aller beaucoup plus loin en ajoutant des signes diacritiques.

[6] L'alphabet grec n'avait pas assez de lettres, ils ont utilisé 3 lettres anciennes tombées en désuétude : le koppa ϟ' pour 90, le digamma Ϝ' pour 6 et le sampi ϡ' pour 900.

[7] La position des points encadrant les nombres n'était pas fixée : cela dépendait des scripteurs. Cependant, si l'on s'en tient à la définition des hauteurs, et la transformation en virgule par les anglais, c'est plutôt le point bas qu'il faut privilégier.

[8] Décret n°75-1200 du 4 décembre 1975 modification des articles 1er, 2, 3, 4, 15 et abrogation de l'article 7 du décret 61501 du 3 mai 1961 (unités légales de mesure)

[9] Voir par exemple Pierre Legrand (2016) Une histoire de notations. Bulletin de l'APMEP n°520 p. 457-466

[10] extrait de *The Ground of Arts*, publié en 1579 par Robert Recorde, le traité le plus pédagogique que nous avons lu, même écrit en vieil anglais !

# Demi-finale FFJM en Guyane

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 1er avril 2025

par Antoine Vanney

La Fédération Française des Jeux Mathématiques (FFJM) organise cette année le 39e championnat international des jeux mathématiques et logiques. 21 000 participants de 7 ans et plus ont participé aux phases qualificatives de quarts de finale entre octobre 2024 et janvier 2025 et 3 900 ont été qualifiés pour les demi-finales qui se sont déroulées le 15 mars 2025 dans 60 centres en France métropolitaine, en outremer et dans quelques villes à l'étranger.

À cette occasion nos projecteurs se portent sur la Guyane où la participation a été massive grâce à la mobilisation du corps professoral dans 14 établissements scolaires. Nous proposons ici, avec son autorisation, le reportage à Kourou d'Akiliano Yetti, publié également sur le site de l'académie de Guyane.

> Les demi-finales françaises du 39e championnat de jeux mathématiques et logiques de la FFJM se sont déroulées le samedi 15 mars 2025 sur tout le territoire national… y compris donc en Guyane, département situé en Amérique du Sud !
>
> Pour cette édition 2025, deux centres en Guyane ont accueilli les participants : Papaïchton, sur le fleuve Maroni, et Kourou sur le littoral, ville connue pour le Centre Spatial. Il est à noter que le centre kouroucien du Lycée Gaston Monnerville était le plus grand centre de France.

centre de Kourou vu du ciel

> En effet, 163 participants, collégiens, lycéens et adultes, étaient réunis à Kourou, venus d'aussi loin que du village de Cacao, à l'Est sur la route du Brésil, que de Saint-Laurent-du-Maroni à l'Ouest du territoire, ville frontalière du Suriname. Certains sont bien préparés, comme par exemple Kass qui indique avoir « révisé l'arithmétique, la géométrie et quelques annales ». D'autres, plus détendus, viennent un peu « au talent », mais tous sont heureux d'être là. L'espace offert par le lycée et l'accueil avec une petite collation font l'unanimité.
>
> Tous sont venus de loin pour faire des mathématiques un samedi matin, de 10 h à 12 h pour les plus jeunes, et de 10 h à 13 h pour les autres, afin d'être alignés sur les horaires de métropole. Un examen ? Non, ici, pas de stress : tout le monde arrive et repart en souriant, que l'on soit dans le top du classement ou non : c'est avant tout pour le plaisir de faire des maths.

Akiliano, élève reporter,
en compagnie d'un compétiteur de Montjoly

> Certains cependant, comme Nathanaël ou Margot, lycéens, osent rêver d'une éventuelle finale, inspirés par le déplacement de Nathan ou de Lauryn, leurs aînés guyanais de l'an dernier, conviés à Paris pour les événements nationaux. « Ce serait clairement une expérience formidable », précise Nathanaël. « C'est un objectif stimulant pour de nombreux élèves », ajoute son professeur.

collégien·ne·s en pleine composition

> À la sortie de l'épreuve, une collation attend les participants au réfectoire. Les plus jeunes, ayant terminé à midi, ont pu profiter d'une activité sportive proposée par une enseignante d'EPS du lycée Monnerville, afin qu'ils « puissent se défouler un peu après avoir beaucoup réfléchi ».

Merci aux collègues d'EPS du lycée
pour le moment détente pour les 6e-5e

> Justine, lycéenne de Montjoly, près de Cayenne, sort elle aussi en souriant : « Je n'ai pas stressé du tout. Les premières questions n'étaient pas trop difficiles, mais j'avoue que je n'ai pas répondu à certaines à la fin. »

M. Garcia, professeur de mathématiques à Sinnamary,
en compagnie d'Olivier, un fidèle de la compétition !

> Olivier, participant hors catégorie, sort de ses 3 heures d'éngimes avec bonne humeur : « S'amuser avec des mathématiques, c'est à la portée de tous. » Il est à noter qu'Olivier participe au championnat de la FFJM depuis 1987 et n'a donc manqué que la toute première édition !
>
> Dans l'attente des résultats dans l'amphithéâtre du lycée, les participants se détendent, en jouant sur leur téléphone, en discutant d'une énigme retorse ou en se reposant. On croise des familles, certaines accompagnant leur enfant pour la première fois, d'autres déjà présentes à la finale de Rémire-Montjoly en 2024.
>
> Les résultats sont annoncés dans un amphithéâtre bondé, certains restant à l'extérieur. Les organisateurs prononcent quelques mots, M. Dommanget, IA-IPR, et Mme Bouquet, Inspectrice Générale, remercient chaleureusement les participants, les professeurs, notamment M. Plouchart et toute l'équipe de mathématiques du lycée, ainsi que M. Eripret, relai de la FFJM en Guyane, sans oublier la Direction du lycée et son équipe technique qui nous accueillent.

impatience avant l'annonce des résultats.
Les lauréats se sont vu récompenser
par la librairie Kazabul — Lettres d'Amazonie,
bien connue de tous les Guyanais

> Lors de l'annonce des résultats, l'ambiance est festive. Certains lauréats descendent les marches intimidés par l'ambiance, tandis que d'autres sont galvanisés par cette effervescence.

Pour les élèves de Maripasoula et Papaïchton, communes éloignées, encore plus à l'ouest, sur le fleuve Maroni, il était difficile pour les élèves de se rendre à Kourou : la demi-finale a donc lieu directement au collège Charles Tafanier à Papaïchton.

avant l'épreuve,
au collège Charles Tafanier

Au terme de l'épreuve, 7 Guyanais sont qualifiés pour la finale nationale : 6 élèves à Kourou et une élève à Papaïchton. Souhaitons que nous pourrons les retrouver tous à Paris le 17 mai prochain.

La finale nationale aura lieu le 17 mai 2025, dans 6 centres en France : Paris, Nantes, Bordeaux, Marseille, Lyon et Strasbourg.

# Avis de recherche

Article mis en ligne le 12 avril 2025
dernière modification le 31 mars 2025

par Alain Bougeard, Michel Suquet

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

## Avis de recherche du n°199

Sommaire



En ce qui concerne l'avis du n°199 des Chantiers dont la solution a mis à rude épreuve votre patience, ainsi que celle d'Alain, Pierre Delezoïde a repris la résolution du système d'équation dont notre collègue Serge Segor avait commencé à donner une première approche.

Rappelons l'avis de recherche :

1. Sauriez-vous résoudre le système suivant, système de 3 équations à 3 inconnues ?
$$\begin{cases} (x+y)^2(xy-128)+xy^2z &= 0 \\ (y+z)^2(yz-81)+x^2yz &= 0 \\ x^2-y^2+z^2 &= 0 \end{cases}$$
2. À quoi peut bien servir cette résolution ?

Pierre Delezoïde nous propose la solution suivante :

Soit à résoudre :
$$\begin{cases} (x+y)^2(xy-128)+xy^2z &= 0\ (1) \\ (y+z)^2(yz-81)+x^2yz &= 0\ (2) \\ x^2-y^2+z^2 &= 0\ (3) \end{cases}$$

On peut éliminer $x$ entre $(2)$ et $(3)$, ce qui revient à remplacer le système initial par le système équivalent $(1), (2'), (3)$ où la nouvelle équation $(2')$ est $(2) - yz \times (3)$,
ce qui donne :
$(2') \quad 0 = (y+z)^2(yz-81) - yz(z^2-y^2)$

On observe une factorisation, le premier facteur est $z+y$
l'autre est
$(y+z)(yz-81) - yz(z-y) = yz((y+z)-(z-y)) - 81(y+z) = 2y^2z - 81(y+z)$

L'équation $y+z=0$, soit $z=-y$, conduit à $x^2=0$ (équation $(3)$) donc $x=0$ et $128y^2=0$ (équation $(1)$).
on obtient la solution (évidente) triviale $(x,y,z) = (0,0,0)$.

On est donc, sauf pour cette solution triviale, ramené au système équivalent :
$$\begin{cases} (x+y)^2(xy-128)+xy^2z &= 0\ (1) \\ 2y^2z-81(y+z) &= 0\ (2) \\ x^2-y^2+z^2 &= 0\ (3) \end{cases}$$

L'équation $(3)$ est l'équation d'un cône circulaire $y^2 = x^2+z^2$
et $y$ ne peut pas être $0$, car sinon on aurait $z=0$ $(2)$ et $x=0$ $(3)$.

On peut donc poser $x = yX$ et $z = yZ$
l'équation $(3)$ devient $X^2+Z^2=1$, équation du cercle $(C)$ de centre $(0,0)$ et de rayon $1$.

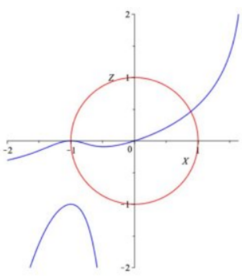
Les équations $(1)$ et $(2)$ donnent :
$y^2(X+1)^2(y^2X-128)+y^4XZ=0 \quad ; \quad 2y^3Z-81y(1+Z)=0$
ce qui, compte tenu du fait que $y \neq 0$, donne après simplification :
$(X+1)^2(y^2X-128)+y^2XZ=0 \quad ; \quad 2y^2Z-81(1+Z)=0$
Après regroupement des termes en $y^2$ :
$y^2X((X+1)^2+Z) = 128(X+1)^2 \quad ; \quad 2y^2Z = 81(Z+1)$

On peut remarquer que $Z$ ne peut pas être nul, sinon $Z=-1$ et $X$ ne peut pas être $-1$ sinon $Z=0$. Plus généralement aucun des facteurs ne peut être nul.

Les équations s'écrivent donc :
$$y^2 = \frac{81(Z+1)}{2Z} = \frac{128(X+1)^2}{X((X+1)^2+Z)} \quad \text{et} \quad X^2+Z^2=1$$

On en déduit que les solutions pour $(X,Z)$ sont, voir la figure ci-dessous, les intersections du cercle $(C)$ et de la quartique $(Q)$ d'équation, sauf pour le point $(-1,0)$ :

$$81(Z+1)X((X+1)^2+Z) = 256Z(X+1)^2$$




On peut paramétrer $(C)$ privé de $(-1,0)$ par $X = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ et $Z = \frac{2t}{1+t^2}$.

On remarque :
$$Z+1 = \frac{2t}{1+t^2}+1 = \frac{(1+t)^2}{1+t^2}$$
$$X+1 = \frac{1-t^2}{1+t^2}+1 = \frac{2}{1+t^2}$$
ce qui donne :
$$(X+1)^2+Z = \frac{4}{(1+t^2)^2} + \frac{2t}{1+t^2} = \frac{4+2t(1+t^2)}{(1+t^2)^2} = \frac{2(1+t)(2-t+t^2)}{(1+t^2)^2}$$

L'équation en $t$ est donc :
$$81\frac{(1+t)^2}{1+t^2} \times \frac{1-t^2}{1+t^2} \times \frac{2(1+t)(2-t+t^2)}{(1+t^2)^2} = 256\frac{2t}{1+t^2} \times \frac{4}{(1+t^2)^2}$$
Ce qui équivaut à :
$$P(t) = 81(1+t)^4(1-t)(2-t+t^2) - 1024\,t(1+t^2) = 0$$

Ce polynôme $P$ a un seul zéro réel qui appartient à l'intervalle $]0,1[$.

En effet, en utilisant l'algorithme de Sturm, Maple trouve que $P'$ n'a pas de zéros réel et reste $< 0$ (terme dominant) ; $P$ est donc strictement décroissant (terme dominant $-81t^7$) et comme $P(0) = 81 > 0$ et $P(1) = -2048$, $P$ a un et seul zéro qui est dans $]0,1[$.

**NB :** Il n'y a aucun espoir de « résoudre » ce polynôme $P$ car son groupe de Galois est $S_7$ (d'après Maple).

Cette solution $t$ détermine $X = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $Z = \frac{2t}{1+t^2}$ et $y^2 = \frac{81(Z+1)}{2Z} = \frac{81(1+t)^2}{4t}$, tous les trois $> 0$.

À part la solution triviale $(0,0,0)$, il y a deux solutions symétriques par rapport à l'origine, $y(X,1,Z)$ pour les deux valeurs possibles pour $y$. Comme les trois surfaces sont invariantes par la symétrie par rapport à l'origine, il était attendu que les solutions arrivent par paires opposées.

On obtient les valeurs approchées :
$t \approx 0.2459504465$
donc $x \approx \varepsilon\,10.01573653 \quad y \approx \varepsilon\,11.30549224 \quad z \approx \varepsilon\,5.243965736 \quad$ où $\varepsilon = \pm 1$

## Avis de recherche du n°203

Nous vous avions proposé 2 sangaku :

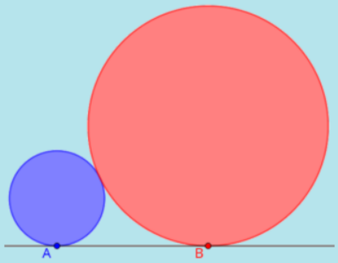



figure 1

**Pour la figure 1**, il s'agit de proposer une construction à la règle et au compas et d'exprimer la distance entre les deux points $A$ et $B$ en fonction des rayons des cercles.

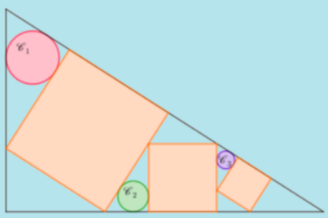


figure 2

**Pour la figure 2**, nous vous demandons également une construction à la règle et au compas et de trouver le rapport entre les aires des 3 cercles.

### Solution de cet avis de recherche

#### Figure 1

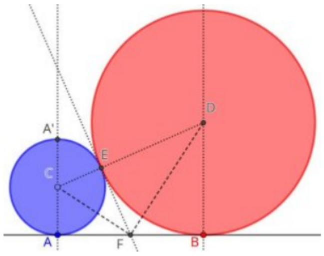
Lorsqu'on consulte la page sangaku de wikipedia, on peut voir que ce premier sangaku sert d'exemple (Tablette de 1820) et il est donné une indication de solution à l'aide du théorème de Pythagore.

Cependant, d'autres méthodes sont possibles, telle l'utilisation de triangles semblables pour obtenir la distance $AB$ en fonction des rayons des deux cercles.

Mais d'abord, examinons comment construire cette figure, à la règle et au compas.

Pour comprendre comment procéder, une méthode ayant fait ses preuves est de considérer le problème comme résolu et d'analyser la figure obtenue.

Traçons quelques segments et droites dont la tangente commune aux deux cercles : elle coupe la droite$(AB)$ en $F$, $E$ étant le point commun aux deux cercles tangents, de centres $C$ et $D$ (voir la figure ci-dessous) : il semble que ce point $F$ soit le milieu de $[AB]$ !




Les triangles $CAF$ et $CEF$ sont égaux car ces deux triangles sont rectangles en $A$ et $E$ respectivement et ayant 2 côtés égaux 2 à 2 ($CA = CE$ et le côté commun $[CF]$), le théorème de Pythagore nous montre qu'il en est de même pour leurs 3e côtés : $AF = EF$.

Le même raisonnement pour les triangles $EDF$ et $BDF$ donne $BF = EF$.

Ainsi, on a bien $AF = FB$ et $F$ est le milieu de $[AB]$. De plus, puisque $AF = EF$, le cercle de centre $F$ et passant par $A$ permet de construire le point $E$.

Un programme de construction possible est donc le suivant :

- soit deux points $A$ et $B$
- tracer $d_A$ et $d_B$ perpendiculaires à $(AB)$ passant par $A$ et $B$ respectivement
- tracer la médiatrice de $[AB]$ pour obtenir le point $F$ milieu de $[AB]$
- placer un point $C$ sur $d_A$
- tracer le cercle de centre $C$ et passant par $A$
- tracer le cercle de centre $F$ et passant par $A$ : il recoupe le cercle précédent en $E$
- tracer $(CE)$ : elle coupe $d_B$ en $D$
- tracer le cercle de centre $D$ et passant par $B$

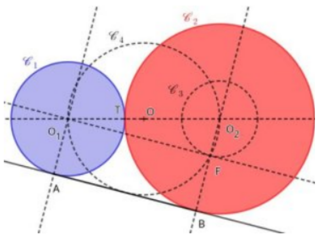
$(CA)$ et $(DB)$ étant parallèles car perpendiculaires à $(AB)$, les angles alternes-internes $\widehat{ECA'}$ et $\widehat{EDB}$ sont égaux : les angles $\widehat{ACE}$ et $\widehat{BDE}$ sont supplémentaires. Et comme $\widehat{ACF} = \widehat{ECF}$, $\widehat{EDF} = \widehat{BDF}$, les angles $\widehat{ACF}$ et $\widehat{BDF}$ sont complémentaires donc $\widehat{AFC} = \widehat{BDF}$ : il en résulte que les triangles rectangles $CAF$ et $DBF$ sont semblables ; en particulier, $\widehat{AFC} = \widehat{BDF}$ et $\widehat{ACF} = \widehat{BFD}$.

On a donc $\dfrac{AC}{BF} = \dfrac{AF}{BD}$, ce qui donne $AC \times BD = AF \times BF = \dfrac{AB^2}{4}$ puisque $F$ est le milieu de $[AB]$
donc $AB = 2\sqrt{AC \times BD}$
On a ainsi la distance $AB$ en fonction des rayons des deux cercles.

**Une autre construction de la figure 1** consiste à tracer 2 cercles $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$, de centre $O_1$ et $O_2$ et de rayons $R_1$ et $R_2$, tangents en $T$ puis la tangente commune $(AB)$.

Pour cela on trace le cercle $\mathscr{C}_3$ de centre $O_2$ et de rayon $R_2 - R_1$ qui coupe le cercle $\mathscr{C}_4$ de diamètre $[O_1O_2]$ en un point $F$.

L'intersection de $(O_2F)$ avec la circonférence $\mathscr{C}_2$ fournit le point $B$ et celle de la parallèle passant par $O_1$ avec $\mathscr{C}_1$ fournit le point $A$.



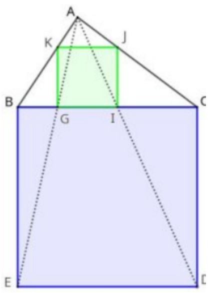

Cette construction permet d'obtenir facilement la réponse à la question posée en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle $O_1O_2F$ rectangle en $F$ :
$AB^2 = O_1F^2 = O_1O_2^2 - O_2F^2$
$AB^2 = (R_1 + R_2)^2 - (R_1 - R_2)^2 = 4R_1R_2$
donc $AB = 2\sqrt{R_1R_2}$

**Figure 2**

Inscrire un carré $GIJK$ dans un triangle $ABC$ (avec deux sommets sur un côté) est aisé, surtout quand on sait comment faire !

D'abord on construit le carré $BCED$ extérieurement au triangle $ABC$ (voir la figure) puis les segments $[AD]$ et $[AE]$ qui coupent le segment $[BC]$ en $I$ et $G$ respectivement.

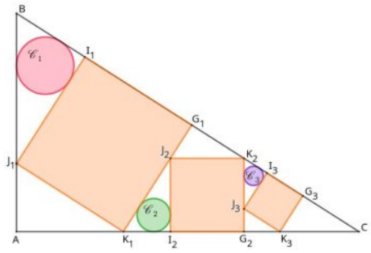
On complète le carré $GIJK$ dont les sommets $J$ et $K$ se retrouvent miraculeusement sur $[AC]$ et $[AB]$ par la vertu de l'homothétie de centre $A$ et de rapport $\dfrac{GI}{DE} = \dfrac{GI}{BC}$.




On va appeler cela « la méthode des carrés externe-interne ».

Soit un triangle $ABC$ rectangle en $A$ et construisons la figure 2.

Dans le triangle $ABC$ rectangle en $A$ on construit le carré $G_1I_1J_1K_1$ par la méthode des carrés externe-interne. Puis il est facile de construire le cercle $\mathscr{C}_1$ inscrit dans le triangle rectangle $BI_1J_1$, en utilisant les bissectrices de ce triangle par exemple.



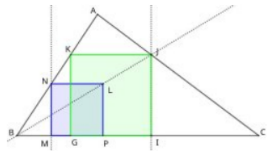

Dans le triangle $K_1G_1C$ rectangle en $G_1$ et semblable à $ABC$ (ils sont rectangles et ont l'angle $\widehat{BCA}$ en commun) la méme méthode permet de construire le carré $G_2I_2J_2K_2$ et le cercle $\mathscr{C}_2$. Les deux triangles étant semblables, la similitude décrite ci-dessus s'étend aux carrés et cercles dont les longueurs correspondantes sont dans le méme rapport $k = \dfrac{G_1I_1}{BC}$.

Enfin dans le triangle $K_2G_2C$ semblable à $K_1G_1C$ (et donc à $ABC$) dans le méme rapport $k$, on construit le carré $G_3I_3J_3K_3$ et le cercle $\mathscr{C}_3$.

On sait que si le rapport des longueurs correspondantes est $k$, le rapport entre les aires correspondantes est $k^2$.

On peut donc ainsi conclure que $\dfrac{\mathscr{A}(\mathscr{C}_2)}{\mathscr{A}(\mathscr{C}_1)} = k^2 = \dfrac{\mathscr{A}(\mathscr{C}_3)}{\mathscr{A}(\mathscr{C}_2)}$,
le produit des extrémes étant égal au produit des moyens (vive les mathématiques modernes !),
on obtient : $\mathscr{A}(\mathscr{C}_2)^2 = \mathscr{A}(\mathscr{C}_1) \times \mathscr{A}(\mathscr{C}_3)$

**Remarque :** La méthode des carrés externe-interne peut prendre une autre voie plus intérieure en devenant « la méthode des carrés interne-interne ».



On place un point $M$ sur le segment $[BC]$ (voir la figure ci-contre) puis on trace $(MN)$ qui est perpendiculaire à $(BC)$, $N$ étant sur $[AB]$, et enfin le carré $MPLN$.

En déplaçant le point $M$ sur $[BC]$, on peut faire en sorte que le point $L$ se retrouve sur $[AC]$ pour obtenir le carré $GIJK$ !

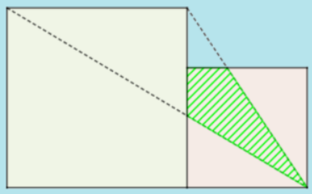
Pour cela, on trace la droite $(BL)$ et son intersection avec $[AC]$ donne le point $J$ et la perpendiculaire à $[BC]$ passant par $J$ donne le point $I$. On termine en traçant le carré $GIJK$.

## Nouvel avis de recherche

Un exercice de géométrie élémentaire, en forme de sangaku, transmis par Guy Paty. Vous trouverez sûrement plusieurs méthodes, élémentaires ou non, pour le résoudre.

Soit 2 carrés côte à côte, on trace 2 segments (voir la figure) et on obtient une zone hachurée.

Déterminer l'aire de cette surface hachurée.



Nous attendons vos solutions que nous aurons plaisir à lire, et si, de plus, vous avez des problèmes à soumettre à la sagacité de nos lecteurs et lectrices, ainsi que des compléments sur des avis précédents, écrivez-nous à l'adresse des problèmes des Chantiers.