

Activité n°1

Exercice 1. En utilisant les propriétés algébriques de la fonction logarithme népérien, simplifier les expressions suivantes :

- a) $A = \ln(567) - \ln(72) - \ln\left(\frac{7}{8}\right) + \ln\left(\frac{1}{127}\right)$
- b) $B = \ln(\sqrt{135}) + \ln(\sqrt{75}) - \ln(\sqrt{15}) - \ln(\sqrt{27})$
- c) $C = e^{\ln(3)} + e^{-\ln(5)}$
- d) $D = \ln(e^4) - \ln\left(\frac{2}{e}\right)$

Exercice 2. Pour chacune des équations ou inéquations suivantes, déterminer le sous-ensemble I de \mathbb{R} sur lequel elle est définie, puis trouver l'ensemble des solutions.

1. $e^{5x} = \frac{3}{2}$.
2. $\ln(2x) = 3$.
3. $\ln(-2 - 5x) \geq 4$.
4. $\ln(3x - 1) - \ln(2x) = 0$.
5. $e^x + 3 > 5e^x$.

Exercice 3. On considère la fonction définie par

$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} + \ln(6) - \ln(2x + 4).$$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que pour tout x appartenant à D_f , on a $f'(x) = \frac{x-1}{3x+6}$.
3. Étudier le signe de f' sur D_f .
4. En déduire les variations de f sur D_f et dresser son tableau de variations.
5. Déterminer l'équation de la droite d tangente à la courbe représentative \mathcal{C}_g de la fonction définie pour tout $x > 0$ par $g(x) = \ln(2x + 4)$ au point d'abscisse 1.
6. À l'aide des questions précédentes, déterminer la position relative entre \mathcal{C}_g et d .