

Reflexions sur l'héritage

I. Impot sur l'héritage. Qui est concerné ?

Lors de la mort d'un parent en France, son patrimoine va, en majorité, à ses enfants et à son conjoint survivant. Ce patrimoine peut être taxé par l'état. La taxe est payé par l'enfant héritant.

On appelle cette taxe "Les Droits de Succession".

■ **Exercice 0.1.** Selon vous, les droits de succession concernent ils une majorité ou une minorité de la population (ou 50-50) ?

1. Données

- Selon l'INSEE, en France en 2020, 1 femme donne la vie à 1.87 enfants en moyenne¹. On considère dans cette réflexion, qu'une famille est composée de 2 adultes parents.
- Voici les quelques règles :
 - Il existe une décôte de 100 000€ sur les droits de succession pour chaque parent pour chaque enfant².
 - Cela signifie que pour un patrimoine du premier parent 110 000€ et de 120 000€ du second parent, l'enfant paiera des impôts que sur 10 000€ et 20 000€.
 - Cela signifie que pour un patrimoine inférieur à 100 000€, l'enfant ne paiera rien.

En conclusion tout le monde ne paie pas de droit de succession. On va calculer la proportion maximale de personnes qui payent des droits de Succession.

2. La réflexion

On se place dans le cadre d'un couple de parents marié. Dans cette partie, vous pourrez aller sur l'Observatoire des Inégalités ("Observatoire des inégalités êtes vous fortunés?" sur google)

1. Pour un couple avec 2 parents, quelle sera la décôte sur les droits de succession pour chaque enfant.
2. Quel est le pourcentage de la population qui a un patrimoine supérieur ou égal à cette décôte totale.

1. Source : <https://www.insee.fr/fr/statistiques/4277635>

2. Source : <https://www.impots.gouv.fr/particulier/questions/comment-dois-je-calculer-les-droits-de-succession>

3. En moyenne, pour un couple de parents, quel patrimoine peut être transmis à ses enfants sans que ces derniers ne payent de droit de succession.
4. En supposant que les parents partagent leur patrimoine à égalité et en supposant que les enfants aient le patrimoine maximal sans payer de droit de succession : Quel est le patrimoine de chaque parent ?
5. Quel est le pourcentage de la population qui a un patrimoine supérieur ou égal au patrimoine précédent.
6. Quelle proportion de la population fera payer des droits de succession à ses enfants ?
7. Comparer cette proportion à celle que vous aviez dit dans l'exercice 0.1. Pourquoi selon vous y-a-t-il ce décalage ? (2-5 lignes attendus)
8. Selon l'Observatoire des inégalités³, 87% des héritages sont inférieurs à 100 000€. Quel est le vrai pourcentage de Français concerné par les droits de succession ?

3. La mathématisation

On considère une famille (avec 2 parents) prise au hasard en France :

— On note X la variable aléatoire du nombre d'enfants qu'ils auront.

1. En utilisant les informations de la partie 2., que vaut $\mathbb{E}(X)$.
2. Que représente la quantité suivante avec $i = 1, 2$

$$P_i = 100000X \text{ euros}$$

3. En utilisant la linéarité de l'espérance, calculer $\mathbb{E}(P_1)$, $\mathbb{E}(P_2)$ et $\mathbb{E}(P_1 + P_2)$
4. En déduire le patrimoine moyen d'une famille qui pourra être transmis sans payer de droit de succession.
5. On note D l'événement le patrimoine de la famille sera transmis avec des droits de successions., En utilisant les données de la section 2., quelle donnée pourrait estimer $\mathbb{P}(\bar{D})$ en déduire $\mathbb{P}(D)$.

II. Héritage et Travail : Réflexions d'un Economiste Clichois

Dans cette section on essaiera d'illustrer les réflexions⁴ de l'économiste né à Clichy Thomas Piketty (Médaille de Bronze du CNRS). Notamment les deux réflexions suivantes :

— "On a concrètement **un retour de l'héritage** et à la possibilité d'un enrichissement par des plus-values, ce qui remet fortement en cause notre idéal de réussite par le travail et par le salaire."

1. Travail et Héritage : une première comparaison

1. Quelle quantité d'héritage peut toucher un enfant sans avoir à payer de droit de successions ?
2. Montrer qu'une personne qui touche cette quantité d'héritage sera dans le top 24% (premier quart de la population) des individus les plus fortunés.

3. <https://inegalites.fr/87-des-heritages-sont-inferieurs-a-100-000-euros>

4. <https://www.lafinancepourtous.com/decryptages/finance-et-societe/inegalites/inegalites-mieux-vaut-heriter-que-travailler/>

3. En observant la quantité de travail que l'héritier a du fournir pour toucher cet héritage, expliquer en 10 lignes la première citation de Thomas Piketty.
4. Est on plus riche en touchant 100 000€ en un coup ou en gagnant 5 000€ par moi sur un an.

2. Avoir un toit au dessus une nécessité pour tous donc un bon moyen de comparaison

Dans cette partie on va comparer l'évolution de la valeur du logement et du revenu disponible par ménage. Cela se fera grâce à des visualisations numériques en Python. On va donc aller sur Capytale (taper "Capytale V2 Versailles" sur Google) et à "Accéder à une activité" entrez le code

`2b3d - 3322905`

Vous pouvez aussi cliquer sur l'adresse suivante :

<https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/2b3d-3322905>.

Appliquons maintenant cette approximation à une comparaison dans la création de patrimoine entre un foyer de travailleur moyen et un héritier au RSA.

11. Le revenu disponible médian en 2023 est pour une personne seule de 1930€ par mois. Il faut enlever à cela :

- Le budget nourriture de 272€/mois en moyenne⁵ selon un sondage par Opinonway pour Sofinscope publié en mars 2023
- Le budget eau/électricité/assurance/Internet/Téléphone que l'on approximerait très grossièrement à 100€
- Le budget transport que l'on approximerait et minorerait brutalement par 40€/mois
- On supposera de plus que tout l'argent restant va sans frais dans le crédit de sa maison. Donc il n'y a pas de budget logement et tout l'argent restant va donc dans la construction du patrimoine. Les taux d'emprunt étant à 0.2% prêt l'augmentation du prix du logement. On considérera que la prise de valeur du logement sera compensée par les intérêts payés à la banque.
- On négligera (à tort) le budget réparation et accident.⁶

A partir du revenu disponible et des postes de dépenses, calculer l'argent restant pour payer le logement (et les loisirs) sur une année.

12. Si un ménage a un revenu de 100€ par an, alors on approxime l'évolution du revenu disponible par la suite $(r_n)_n$ de terme général $r_n = 100 + 1.731n$ où n est le nombre d'année. Montrer que le revenu disponible médian à partir de l'année 2023 peut être modéliser par la suite $(t_n)_n$ avec⁷ :

$$t_n = 18216 + 315.31896n$$

5. <https://www.credit-agricole.fr/particulier/conseils/magazine/tout-un-mag/quel-budget-nourriture-prevoir-pour-une-personne.html>

6. Astuce pour les futurs adultes que vous êtes :

- (a) Faite un budget
- (b) Mettez tous les mois de l'argent de côté pour anticiper les accidents

7. On utilisera le calcul : $12 \times 1518/100 \times 1.731 = 26.27658$

13. Quelle est la nature de $(t_n)_n$?

Le patrimoine accumulé correspond à la somme de $(t_n)_n$.

Petit rappel sur les sommes des suites arithmétiques.

(a) Calculer (en redémontrant) $1 + 2 + 3 + \dots + n$

(b) Montrer que le patrimoine à la n -ième année d'une personne qui travaille p_n est égal à :

$$p_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n = 18216(n+1) + 26.27658 \frac{n(n+1)}{2}$$

(c) Ecrire p_n comme un trinôme en n c.a.d. $P(n) = an^2 + bn + c$. Que vaudra a, b et c .

14. On assimilera le coût du logement à l'augmentation de la valeur du patrimoine⁸.

On considère une personne qui hérite d'un logement de 200 000€⁹.

On note $(h_n)_n$ le patrimoine de l'héritier. Montrer que pour tout n entier on a :

$$h_n = 200000 \times 1.043^n$$

15. Maintenant que l'on connaît les 2 patrimoines en fonction de l'année n on va les comparer.

(a) Construire à la main (et à la calculatrice (seule utilisation encouragée d'utiliser l'instrument du démon)) un nuage de point • pour p_n et × pour h_n (Prenez une page complète et prenez un carreau pour 10 000€ en ordonnée et 1 an en abscisse). Faites une conjecture sur la différence entre h_n et p_n .

(b) Combien d'années faut-il à un ménage qui travaille pour accumuler 200 000€.

Vous pouvez passer par les étapes suivantes :

i. Pour un trinôme (en n) $an^2 + bn + c$ avec $a > 0$ et $c < 0$. Le trinôme pourra-t-il se factoriser? Pourquoi?

ii. Montrer que calculer le nombre d'années pour un ménage qui travaille d'accumuler 200 000€ revient à résoudre (en remplaçant n par x)

$$p_n - 200000 = 0$$

iii. En posant $\alpha = \frac{18216}{2}$, $\beta = 1518 + \frac{26.27658}{2}$ et $\gamma = 18216 - 200000$. Montrer que résoudre $p_n - 200000 = 0$ revient à résoudre :

$$\alpha n^2 + \beta n + \gamma = 0$$

iv. Donner un ordre de grandeur du discriminant¹⁰. Puis résoudre l'équation précédente (penser que les solutions sont un nombre d'années).¹¹

v. Combien d'années faut-il à un ménage qui travaille pour accumuler 200 000€?

vi. Quel phénomène a-t-on négligé dans cette comparaison?

8. Donc si on a un logement de 100 000€ une année et que le prix du logement augmente de 4.3% alors l'année prochaine le patrimoine sera de 104 300€.

9. On considérera que les dépenses de la vie courante sont prises en charge par le RSA.

10. Ordre de Grandeur : 1, 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000, 10 000 000, 100 000 000

11. Petit Calcul utile : $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \approx 9$

- (c) Pour montrer la conjecture 15a, On va prendre un temps continue (donc avec $x \in \mathbb{R}_+$ plutôt que $n \in \mathbb{N}$) et poser $\varphi(x)$ la différence entre le patrimoine de l'héritier et celui du ménage qui travaille. Donc on pose pour tout $x > 0$:

$$\varphi(x) = 200000 \times 1.043^x - \left(18216(x+1) + 26.27658 \frac{x(x+1)}{2} \right)$$

- i. on veut montrer que cette fonction est positive. Proposer un protocole qui permet de le démontrer.
 - ii. Entrez votre fonction φ sur le site <https://www.wolframalpha.com/>. Recopier à main levée le graphe de la courbe.
 - iii. Par lecture graphique que pouvez vous dire sur les variations de φ et donner en quelle valeur φ atteint son minimum.
 - iv. En utilisant de nouveau Wolframalpha, montrer que le minimum de φ est 702.81.
 - v. Déduisez de cette dernière question :
 - Pendant 20 ans, l'écart entre le patrimoine de l'héritier au RSA et du ménage au RSA se réduit mais que le patrimoine du ménage qui travaille ne dépasse pas le patrimoine de l'héritier.
 - Après ces 20 ans, cet écart s'accroît au profit de l'héritier.
 - vi. (QUESTION VITALE DANS LA VIE D'UN CITOYEN) Donner les approximations qui ont été faites dans ce sujet. Evoquer d'éventuelles critiques et amélioration de ce modèle. (5-10 lignes attendues)
16. Quelle part les mathématiques peuvent jouer dans la compréhension de phénomènes sociaux tangibles. Utilisez cet exemple pour expliquer comment votre vision a changé (ou n'a pas changé).

III. L'impact des Droits de Succession sur la distribution de la richesse

Dans cette section, on ne s'intéressera qu'aux personnes qui payent des droits de succession.

On va diviser la population en décile (tranche de 10% de la population) d'aisance financière.¹²

Grace aux données de l'INSEE on peut dresser le tableau suivant^{13 14}

| Décile | Patrimoine Net ¹⁵ | Nombre d'enfants en moyenne |
|--------|------------------------------|-----------------------------|
| D1 | -4 700€ | 1.99 |
| D2 | 6 400€ | 1.77 |
| D3 | 17 300€ | 1.53 |
| D4 | 43 900€ | 1.46 |
| D5 | 97 400€ | 1.45 |
| D6 | 157 100€ | 1.66 |
| D7 | 231 500€ | 1.79 |
| D8 | 330 500€ | 1.82 |
| D9 | 494 700€ | 1.82 |
| D10 | 1 366 300€ | 1.92 |

1. Quel est le pourcentage des ménages qui a un Patrimoine Net de 97 400€. Quel est le nombre d'héritiers en moyenne pour un ménage de ce décile?
2. En recalculant¹⁶ avec cette fertilité dépendant de la richesse, on voit que seul D9 et D10 sont concernés par les droits de succession. Donner le nombre d'enfants moyen par foyer dans ces 2 déciles, ainsi que le patrimoine moyen dans ces 2 déciles.
3. Calculer en moyenne combien touchera un héritier dans ces 2 déciles¹⁷ ?
4. En cherchant sur google "comment dois je calculer les droits de succession impot gouv" (site donné en note de bas de page n°2) combien ces héritiers devront payer de droits de succession¹⁸ ?
5. Que pensez vous de ces montants de droits de succession ?
6. Après paiement des droits de succession, combien un héritier moyen aura obtenu? Avec l'observatoire des inégalités dans quel décile de la population se trouve cet héritier?

12. Les 10% les plus aisés, puis les 10% de la population suivantes, et ainsi de suite jusqu'au 10% de la population la plus pauvre.

13. Donnée INSEE https://www.insee.fr/fr/outil-interactif/5367857/details/30_RPC/34_PAT/34E_Figure5

14. <https://www.insee.fr/fr/statistiques/6441218>

16. Je vous offre les calculs :) À la fin de l'année, si vous me posez la question, je vous montrerai comment on fait.

17. Pour aider le calcul : $\frac{930500}{1.87} = 497594$

18. Aide Calcul : $297\,594 \times 0.2 = 59\,518$

IV. Partie la plus importante : Vous

Dans cette partie, il n'y a pas de mauvaise réponse (Il n'y a que des mauvaises argumentations.)

Exprimer en plus de 20 lignes,

- ce que vous avez compris de ce devoir.
- Quelle est votre opinion sur l'héritage et les droits de succession (voulez vous que ça change (si oui dans quel sens) ou voulez vous que ça ne change pas).
- Les mathématiques étant la science du Pourquoi? Dites moi pourquoi vous avez cette opinion?