

Annexe 2 : un énoncé classique

On considère la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = 0,1 u_n + 8$ et $u_0 = 8$.

1) On a calculé les dix premiers termes sur tableur.

	A
1	8
2	8,8
3	8,88
4	8,888
5	8,8888
6	8,88888
7	8,888888
8	8,8888888
9	8,88888888
10	8,888888888

a) Quelles formules peuvent être saisies dans les cellules A1 et A2, afin de calculer les termes suivants par recopie vers le bas ?

b) En observant les valeurs affichées, formuler une conjecture sur le comportement de la suite u .

2) Démontrer que $0 \leq u_n \leq 9$ pour tout entier naturel n .

3) Soit f la fonction définie sur $[0 ; 9]$ par $f(x) = 0,1x + 8$.

a) Donner le sens de variation de la fonction f sur $[0 ; 9]$.

b) Déterminer le sens de variation de la suite u .

4) Que peut-on déduire des questions 2 et 3b ?

5) Déterminer la valeur de la limite de la suite u .

6) On définit la suite v par $v_n = u_n - \frac{80}{9}$, pour tout entier naturel n .

a) Montrer que la suite v est géométrique. On précisera les valeurs de v_0 et de la raison de cette suite.

b) Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

c) En déduire une expression de u_n , pour tout entier naturel n .

d) À partir de cette expression, retrouver la limite calculée dans la question 5.